

# or-6. 待ち行列シミュレーション

(オペレーションズリサーチ)

URL: <https://www.kkaneko.jp/cc/or/index.html>

金子邦彦



# 6-1 ランダムな到着

- **シミュレーション**は、仮説の検証に役立つ

例えば、

スーパーのレジなどの待ち行列。

意外と、私の寸前に、別の人が並ぶことがある。

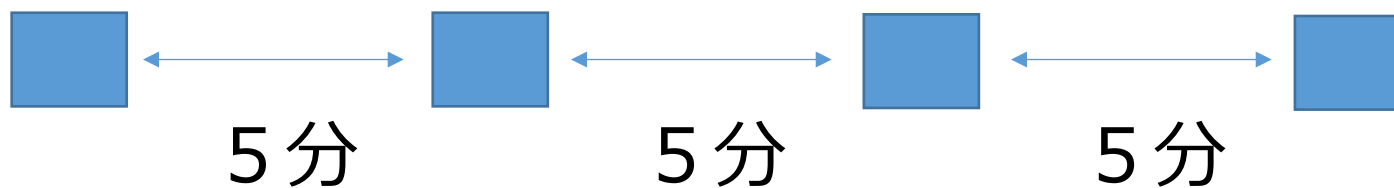
私の運が悪いのか？

→ No このことをシミュレーションで確認

# ランダムな客の到着



- 客が1時間（60分）の間に、12人来そう！  
というとき



上の図のように、5分ごとに1人ずつ来ることは、  
まずあり得ません

# ランダムな客の到着



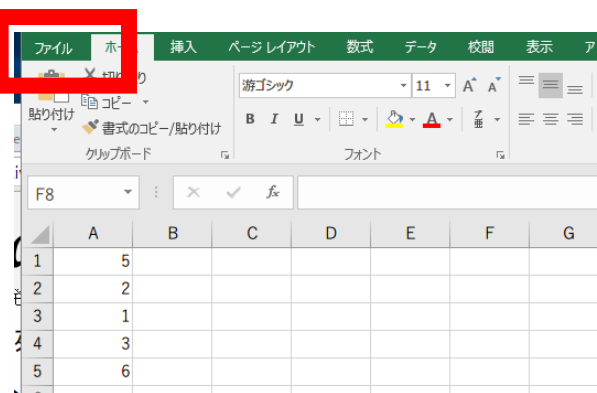
- 客が1時間（60分）の間に、12人来そう！  
というとき



客は60分の間に、ランダムにやってきます

# 演習

- 新しくやりなおしたいので、次のように操作して、新しく空白のブックを作る



「ファイル」を  
クリック

「新規」  
をクリック

空白のブック

① 0 以上 60 未満の乱数の式

「=TRUNC( RAND() \* 60 )」をセル A1 に書く

	A	B	C	D
1	=TRUNC(			
2				
3				

② 客が**1 2人来る**という状況をシミュレーションしたい

A1 の式を A2 から A**12** に「コピー&貼り付け」

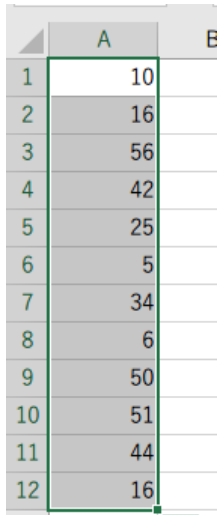
右クリックメニューが便利

	A
1	35
2	16
3	51
4	0
5	49
6	31
7	17
8	1
9	55
10	48
11	19
12	25
13	

実行のたびに違う値になる  
(乱数なので、**ランダム**な値)



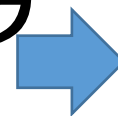
③ 「値」を. B列に「コピー&貼り付け」したい



	A	E
1	10	
2	16	
3	56	
4	42	
5	25	
6	5	
7	34	
8	6	
9	50	
10	51	
11	44	
12	16	



② 右クリック  
メニューで  
「コピー」



③ セルB1を  
右クリックして,  
「形式を選択して貼り付け」

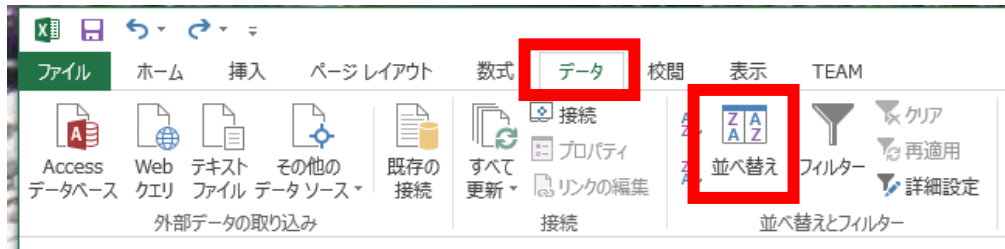
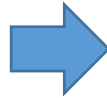


「値の貼り付け」の下に  
ある「値」のアイコンを選ぶ

① まず, A1からA12を  
ドラッグして, 範囲選択

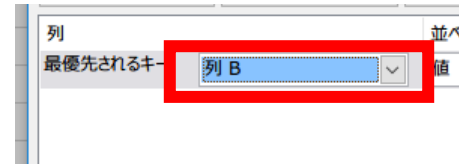
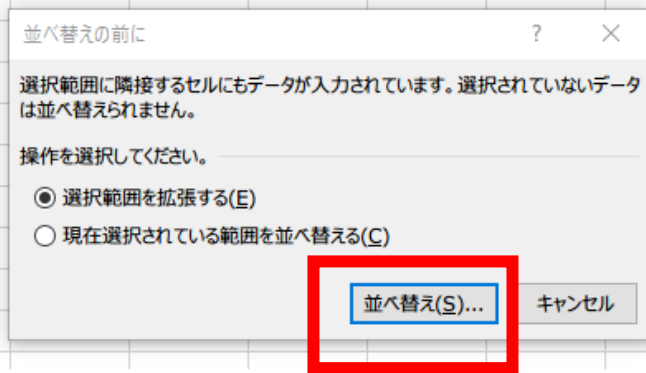
## ④ B列の値を並べ替えたい

	A	B	C
1	32	13	
2	45	13	
3	6	21	
4	2	38	
5	14	19	
6	15	8	
7	40	43	
8	20	59	
9	46	16	
10	2	0	
11	43	27	
12	43	50	
13			



② リボンで「データ」→「並べ替え」

① まず、B1からB12を  
範囲選択



もし、警告表示が出たら  
「**並べ替え**」をクリック

③ 「**最優先されるキー**」  
を「**列 B**」に設定して  
「OK」

	B	C
8	0	
2	8	
8	13	
0	13	
1	16	
9	19	
8	21	
0	27	
8	38	
6	43	
4	50	
9	59	

⑤ **B列**が，左のようになることを**確認**

⑥ 次に，**セル C2** に次の式を入れる

$$=B2-B1$$

これは，到着間隔を求める式

⑦ C2の式を，**C3** から **C12** に  
「コピー&貼り付け」  
右クリックメニューが便利

	A	B	C
1	9	11	
2	13	20	9
3	30	25	5
4	9	28	3
5	12	47	19
6	22	47	0
7	9	51	4
8	49	51	0
9	48	53	2
10	36	55	2
11	9	55	0
12	38	59	4

⑧ **C列**が，左のようになることを**確認**

⑨ 次のことを確認

60分の中に 12人

平均で5分間隔

間隔はばらばら

0, 1, 2分のような小さな値も，けっこう多い

## 6-2 待ち行列シミュレーション

- 1時間に、客が20人来ます（ランダムに到着します）
- サービスに1分かかります
- 客はどれくらい待たされそうですか？

# 待ち行列とは



- 待ち行列とは、何かのサービスや資源の提供などを受けるために待っている行列のこと



# 何の役に立つのか



- 待ち行列の行列の長さを前もって予測する！
- 待たせないようにするにはどうしたらよいか？
- 一方で、客が来ないことによる資源の無駄やサービス準備の無駄をどうやって防ぐか？
- こんな問題を、解決するヒントを、シミュレーションで得ます！

# 今から行うこと

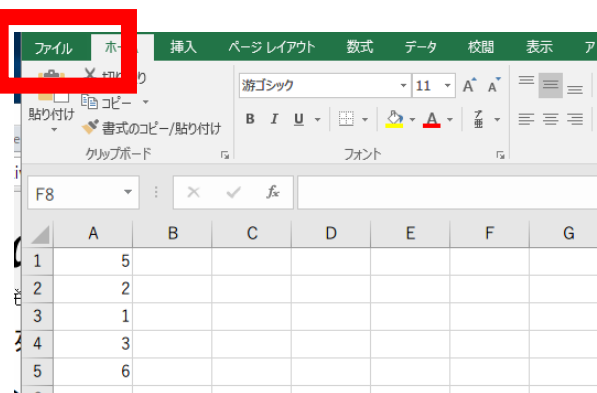
- 客の到着は

**60**分あたり**20**人（平均3分間隔）とする。

ランダムに到着する

# Excel 演習

- 新しくやりなおしたいので、次のように操作して、新しく空白のブックを作りなさい



「ファイル」を  
クリック

「新規」  
をクリック

空白のブック

次の値を書く．数字は半角で！

	A	B	C	D
1	総人数	20		
2	平均間隔	3		
3				
4	時刻	順序	時刻	
5		1		
6				

乱数の式「**=TRUNC( RAND() \* B\$1 \* B\$2 )**」をセル **A5** に書く

	A	B	C	D	E	F
1	総人数	20				
2	平均間隔	3				
3						
4	時刻	順序	時刻			
5	=TRUNC( RAND() * B\$1 * B\$2 )					
6						

セル A5 の式を, A6 から A24 (セル 19 個分) に「コピー&貼り付け」しなさい。右クリックメニューが便利

	A	B	C
1	総人数	20	
2	平均間隔	3	
3			
4	時刻	順序	時刻
5	55	1	
6	46		
7	48		
8	28		
9	50		
10	46		
11	22		
12	53		
13	46		
14	2		
15	56		
16	51		
17	35		
18	36		
19	4		
20	52		
21	47		
22	35		
23	54		
24	27		

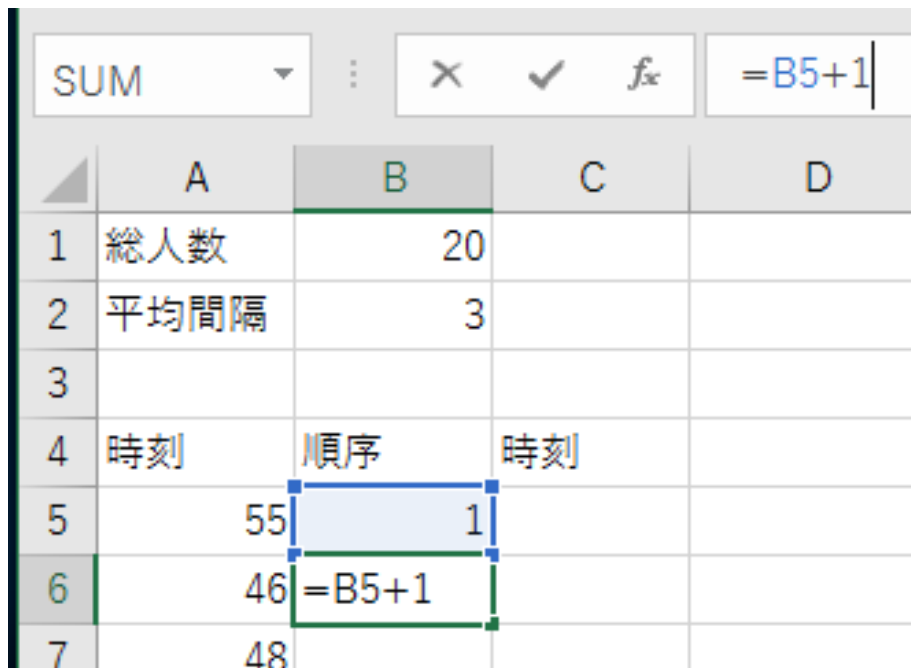
平均 **3** 分間隔で、**20** 人



到着時刻は **0** から **59** の**ランダム**な整数に設定

※ 全員、違う値になっているはずである。  
乱数なので、ランダムな値。

式「**=B5+1**」をセル **B6** に書く。これは、順位を1から20まで、**1ずつ増やして**作るために使う。



	A	B	C	D
1	総人数	20		
2	平均間隔	3		
3				
4	時刻	順序	時刻	
5	55	1		
6	46	=B5+1		
7	48			

**B6に式 「=B5+1」**

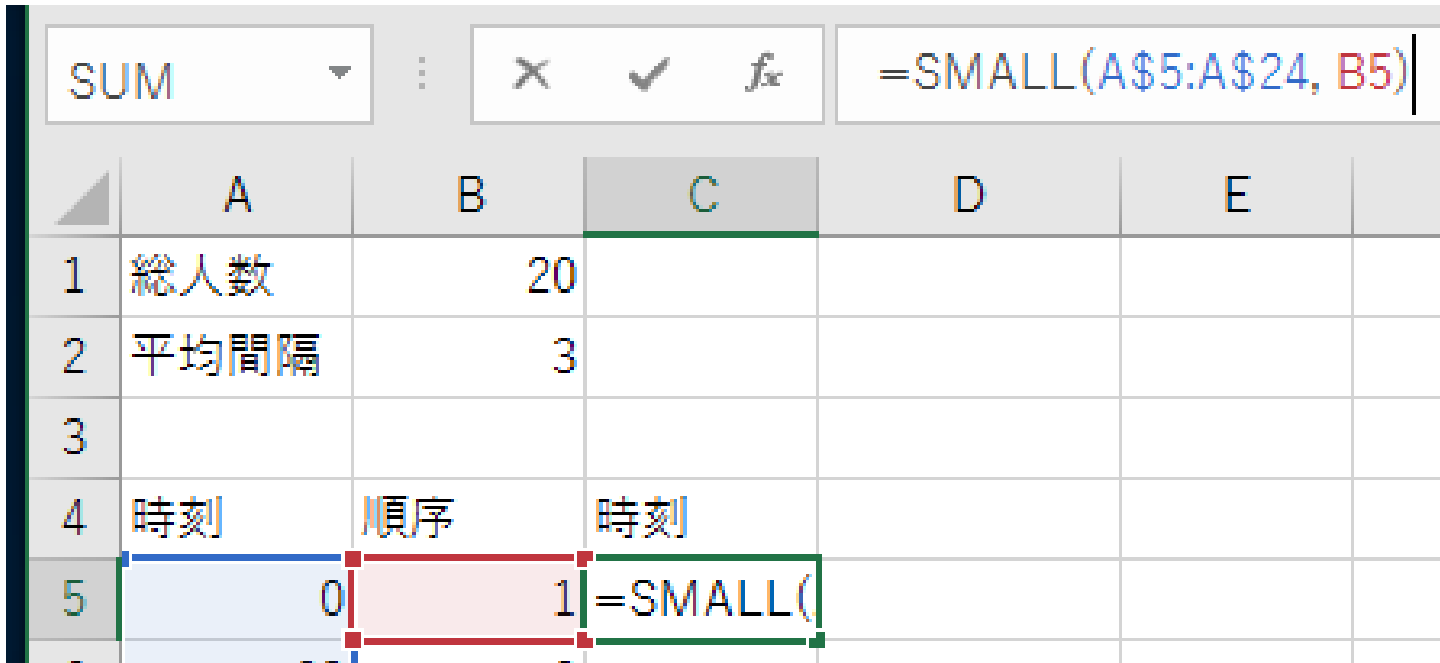
セル **B6** の式を, **B7 から B24 (セル 18 個分)** に「**コピー&貼り付け**」しなさい。右  
クリックメニューが便利

	A	B	C
1	総人数	20	
2	平均間隔	3	
3			
4	時刻	順序	時刻
5	26	1	
6	37	2	
7	15	3	
8	9	4	
9	23	5	
10	47	6	
11	31	7	
12	57	8	
13	37	9	
14	43	10	
15	15	11	
16	30	12	
17	4	13	
18	14	14	
19	1	15	
20	58	16	
21	45	17	
22	13	18	
23	31	19	
24	38	20	

1 から 20 までの数を順番に並べる



式「**=SMALL(A\$5:A\$24, B5)**」をセル **C5** に書く。これは、順位**1**位の値を得るための式



	A	B	C	D	E
1	総人数	20			
2	平均間隔	3			
3					
4	時刻	順序	時刻		
5	0	1	=SMALL(		

セル **C5** の式を, **C6** から **C24** (**セル19個分**) に「**コピー&貼り付け**」しなさい。 右  
クリックメニューが便利

	A	B	C
1	総人数	20	
2	平均間隔	3	
3			
4	時刻	順序	時刻
5	13	1	2
6	2	2	9
7	16	3	11
8	24	4	13
9	59	5	16
10	11	6	16
11	54	7	20
12	35	8	24
13	9	9	24
14	38	10	34
15	16	11	35
16	36	12	36
17	54	13	38
18	57	14	38
19	20	15	45
20	45	16	54
21	24	17	54
22	34	18	57
23	57	19	57
24	38	20	59

**C列に20** 人の客の**到着時刻**を、**ランダム**  
に設定

続きです。 **サービス時間**を設定。

いままで作ったものは**消さず**に、

セル D1, E1, D2, E2 に、次の値を書く。数字は**半角**で！

D	E	
		1 行目
		2 行目
サービス時間	1	3 行目
開始	終了	4 行目

式「**=\$C5**」をセル **D5** に書く.

※ 順位**1**位の客は、待たずにサービスを受けることができる (つまり、**到着時刻とサービス開始時刻が等しい**)

D	E	
		1行目
		2行目
サービス時間	1	3行目
開始	終了	4行目
0		5行目

式「**=D5+E\$3**」をセル **E5** に書く。

※ セルE3には「**サービスには 1分かかる**」と設定した。

この式は、**サービス開始時刻**に、**所要時間**を足して、**終了時刻**を求める式

	fx	
	D	E
	サービス時間	1
	開始	終了
7	7	=D5+E\$3

1 行目  
2 行目  
3 行目  
4 行目  
5 行目

式「=MAX(\$C6, E5)」をセル D6 に書く。

※ 次の客は、**前の客**の**サービス終了**を**待つ**。

(サービス開始時刻は、「到着時刻」と「前の客のサービス終了時刻」のうち大きい方になる。大きい方を求めるのが MAX)

=MAX(\$C6, E5)	
D	E
サービス時間	1
開始	終了
	0 1
=MAX(\$C6, E5)	

1 行目  
2 行目  
3 行目  
4 行目  
5 行目  
6 行目

D6に式「=MAX(\$C6, E5)」

セル D6の式を, D7 から D24 (セル18個分) に「コピー&貼り付け」しなさい。 右クリックメニューが便利

	A	B	C	D	E
1	総人数	20			
2	平均間隔	3			
3				サービス時間	1
4	時刻	順序	時刻	開始	終了
5	13	1	0	0	1
6	23	2	7	7	
7	46	3	8	8	
8	0	4	12	12	
9	42	5	12	12	
10	32	6	13	13	
11	38	7	14	14	
12	40	8	15	15	
13	8	9	23	23	
14	43	10	30	30	
15	7	11	32	32	
16	15	12	32	32	
17	14	13	38	38	
18	42	14	40	40	
19	12	15	40	40	
20	40	16	40	40	
21	40	17	42	42	
22	32	18	42	42	
23	12	19	43	43	
24	30	20	46	46	

セル E5の式を, E6 から E24 (セル 19 個分) と「コピー&貼り付け」しなさい。 右クリックメニューが便利

	A	B	C	D	E
1	総人数	20			
2	平均間隔	3			
3				サービス時間	1
4	時刻	順序	時刻	開始	終了
5	29	1	0	0	1
6	18	2	0	1	2
7	18	3	1	2	3
8	51	4	2	3	4
9	38	5	10	10	11
10	45	6	18	18	19
11	0	7	18	19	20
12	34	8	18	20	21
13	0	9	23	23	24
14	23	10	26	26	27
15	10	11	28	28	29
16	38	12	29	29	30
17	1	13	34	34	35
18	18	14	38	38	39
19	28	15	38	39	40
20	56	16	41	41	42
21	26	17	45	45	46
22	45	18	45	46	47
23	41	19	51	51	52
24	2	20	56	56	57

それぞれの客のサービス開始時刻と、サービス終了時刻のシミュレーション



続きです。いままで作ったものは**消さず**に、セル **F4** に次の値を書く。

	F	G	H	
				1 行目
				2 行目
1				3 行目
	待ち時間			4 行目
1				

式「**=D5-\$C5**」をセル **F5** に書く。

※ **待ち時間**を求めている。

**待ち時間** = サービス開始時刻 - 到着時刻

	A	B	C	D	E	F
1	総人数	20				
2	平均間隔	3				
3				サービス時間	1	
4	時刻	順序	時刻	開始	終了	待ち時間
5	9	1	1	1	2	=D5-\$C5
6	1	2	4	4	5	

セル F5の式を, F6 から F24 (セル19個分) に「コピー&貼り付け」しなさい。  
右クリックメニューが便利

	A	B	C	D	E	F
1	総人数	20				
2	平均間隔	3				
3				サービス時間	1	
4	時刻	順序	時刻	開始	終了	待ち時間
5	48	1	5	5	6	0
6	14	2	8	8	9	0
7	19	3	14	14	15	0
8	59	4	16	16	17	0
9	22	5	18	18	19	0
10	23	6	19	19	20	0
11	8	7	22	22	23	0
12	24	8	23	23	24	0
13	18	9	24	24	25	0
14	5	10	25	25	26	0
15	40	11	29	29	30	0
16	35	12	31	31	32	0
17	16	13	35	35	36	0
18	25	14	35	36	37	1
19	50	15	35	37	38	2
20	52	16	40	40	41	0
21	35	17	48	48	49	0
22	29	18	50	50	51	0
23	31	19	52	52	53	0
24	35	20	59	59	60	0

それぞれの客の待ち時間のシミュレーション

待ち時間の合計を求めるために、式  
「**=SUM(F5:F24)**」をセル **F25** に書く。

	A	B	C	D	E	F
1	総人数	20				
2	平均間隔	3				
3				サービス時間	1	
4	時刻	順序	時刻	開始	終了	待ち時間
5	48	1	5	5	6	0
6	14	2	8	8	9	0
7	19	3	14	14	15	0
8	59	4	16	16	17	0
9	22	5	18	18	19	0
10	23	6	19	19	20	0
11	8	7	22	22	23	0
12	24	8	23	23	24	0
13	18	9	24	24	25	0
14	5	10	25	25	26	0
15	40	11	29	29	30	0
16	35	12	31	31	32	0
17	16	13	35	35	36	0
18	25	14	35	36	37	1
19	50	15	35	37	38	2
20	52	16	40	40	41	0
21	35	17	48	48	49	0
22	29	18	50	50	51	0
23	31	19	52	52	53	0
24	35	20	59	59	60	0
25						(F5:F24)

**待ち時間の合計**

# ここまでのまとめ

- サービス時間： 1分

	A	B	C	D	E	F
1	総人数	20				
2	平均間隔	3				
3			サービス時間		1	
4	時刻	順序	時刻	開始	終了	待ち時間
5	48	1	5	5	6	0
6	14	2	8	8	9	0
7	19	3	14	14	15	0
8	59	4	16	16	17	0
9	22	5	18	18	19	0
10	23	6	19	19	20	0
11	8	7	22	22	23	0
12	24	8	23	23	24	0
13	18	9	24	24	25	0
14	5	10	25	25	26	0
15	40	11	29	29	30	0
16	35	12	31	31	32	0
17	16	13	35	35	36	0
18	25	14	35	36	37	1
19	50	15	35	37	38	2
20	52	16	40	40	41	0
21	35	17	48	48	49	0
22	29	18	50	50	51	0
23	31	19	52	52	53	0
24	35	20	59	59	60	0

- サービス時間： 2分
- 3分

いまから行う



セル H3 に、値「2」を書く。半角の「2」

	G	H	I
サービス時間		2	
開始			時間
0	1	3	0
0	6	8	0
0	10	12	0
0	12	14	1
0	14	16	2
0	16	18	3
1	18	20	5
0	20	22	4
0	22	24	3
0	24	26	4
0	26	28	3
1	28	30	5
0	30	32	5
0	32	34	5
0	34	36	5
0	43	45	0
0	47	49	0
0	52	54	0
0	54	56	0
0	57	59	0
2			45

セル I25 には、サービス所要時間が **2** 分のときの待ち時間合計が求まっている

※ 同じになるセル G3からI25を, J3 から L25 (3列分) に「コピー&貼り付け」しなさい。 右クリックメニューが便利

	サービス時 2			サービス時 2		
	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間
0	2	4	0	2	4	0
0	6	8	0	6	8	0
0	8	10	0	8	10	0
1	10	12	2	10	12	2
1	12	14	3	12	14	3
0	14	16	1	14	16	1
0	18	20	0	18	20	0
1	20	22	2	20	22	2
0	26	28	0	26	28	0
0	35	37	0	35	37	0
0	37	39	1	37	39	1
0	39	41	2	39	41	2
0	42	44	0	42	44	0
0	46	48	0	46	48	0
0	48	50	1	48	50	1
0	50	52	0	50	52	0
1	52	54	2	52	54	2
1	54	56	3	54	56	3
0	57	59	0	57	59	0
0	59	61	1	59	61	1
5			18			18



セル K3に、値「3」を書く。半角の「3」

	サービス時		
	開始	終了	待ち時間
0	2	5	0
2	5	8	3
0	10	13	0
0	13	16	1
0	16	19	1
1	19	22	3
0	24	27	0
1	27	30	2
3	30	33	5
1	33	36	4
3	36	39	7
3	39	42	8
0	42	45	0
2	45	48	3
3	48	51	5
3	51	54	6
0	54	57	4
0	57	60	2
0	60	63	3
0	63	66	4
2			61

セル L25 には、サービス所要時間が3分のときの待ち時間合計が求まっている

サービス時間が **1分**, **2分**, **3分** と増えると,  
「**待ち時間の合計**」がどう増えるか, いまのエクセルを見て**確認**しなさい

サービス時間が **1分**, **2分**, **3分**  
→ **待ち時間の合計**は, 2倍, 3倍よりも,  
もっと急激に増える

## いまのエクセルのファイルについて

サービス時間が 4 分, 5 分, 6 分, 7 分, 8 分の  
場合も求めなさい

※ 横に継ぎ足していく

次のページにヒント

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	総人数	20																									
2	平均間隔	3																									
3					サービス時	1	サービス時	2	サービス時	3	サービス時	4	サービス時	5	サービス時	6	サービス時	7	サービス時	8							
4	時刻	順序	時刻	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間
5	14	1	3	3	4	0	3	5	0	3	6	0	3	7	0	3	8	0	3	9	0	3	10	0	3	11	0
6	3	2	3	4	5	1	5	7	2	6	9	3	7	11	4	8	13	5	9	15	6	10	17	7	11	19	8
7	32	3	8	8	9	0	8	10	0	9	12	1	11	15	3	13	18	5	15	21	7	17	24	9	19	27	11
8	26	4	14	14	15	0	14	16	0	14	17	0	15	19	1	18	23	4	21	27	7	24	31	10	27	35	13
9	22	5	22	22	23	0	22	24	0	22	25	0	22	26	0	23	28	1	27	33	5	31	38	9	35	43	13
10	39	6	22	23	24	1	24	26	2	25	28	3	26	30	4	28	33	6	33	39	11	38	45	16	43	51	21
11	34	7	24	24	25	0	26	28	2	28	31	4	30	34	6	33	38	9	39	45	15	45	52	21	51	59	27
12	42	8	26	26	27	0	28	30	2	31	34	5	34	38	8	38	43	12	45	51	19	52	59	26	59	67	33
13	37	9	32	32	33	0	32	34	0	34	37	2	38	42	6	43	48	11	51	57	19	59	66	27	67	75	35
14	8	10	34	34	35	0	34	36	0	37	40	3	42	46	8	48	53	14	57	63	23	66	73	32	75	83	41
15	41	11	37	37	38	0	37	39	0	40	43	3	46	50	9	53	58	16	63	69	26	73	80	36	83	91	46
16	44	12	37	38	39	1	39	41	2	43	46	6	50	54	13	58	63	21	69	75	32	80	87	43	91	99	54
17	37	13	39	39	40	0	41	43	2	46	49	7	54	58	15	63	68	24	75	81	36	87	94	48	99	107	60
18	3	14	41	41	42	0	43	45	2	49	52	8	58	62	17	68	73	27	81	87	40	94	101	53	107	115	66
19	22	15	42	42	43	0	45	47	3	52	55	10	62	66	20	73	78	31	87	93	45	101	108	59	115	123	73
20	51	16	44	44	45	0	47	49	3	55	58	11	66	70	22	78	83	34	93	99	49	108	115	64	123	131	79
21	48	17	48	48	49	0	49	51	1	58	61	10	70	74	22	83	88	35	99	105	51	115	122	67	131	139	83
22	49	18	49	49	50	0	51	53	2	61	64	12	74	78	25	88	93	39	105	111	56	122	129	73	139	147	90
23	24	19	51	51	52	0	53	55	2	64	67	13	78	82	27	93	98	42	111	117	60	129	136	78	147	155	96
24	52	20	52	52	53	0	55	57	3	67	70	15	82	86	30	98	103	46	117	123	65	136	143	84	155	163	103
25						3			28			116			240			382			572			762		952	
26																											

全体は24列になっているはず (3×8)

# 演習

いまのエクセルのファイルを書き換えて、次のシミュレーションを行いなさい

**客の到着率は**

**160**分あたり**20**人（平均**8**分間隔）  
として、シミュレーションを行いなさい。

**待ち時間の合計**は、どうなりますか？  
**ヒント**は次ページから。

# ヒント1



	A	B	C	
1	総人数	20		
2	平均間隔	8		
3				≡

# ヒント2



1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8



サービス時間	1			サービス課 2			サービス課 3			サービス課 4			サービス課 5			サービス課 6			サービス課 7			サービス課 8		
	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間	開始	終了	待ち時間
0	0	1	0	0	2	0	0	3	0	0	4	0	0	5	0	0	6	0	0	7	0	0	8	0
4	4	5	0	4	6	0	4	7	0	4	8	0	4	10	1	6	12	2	7	14	3	8	16	4
4	5	6	1	6	8	2	7	10	3	8	12	4	10	15	6	12	18	8	14	21	10	16	24	12
6	6	7	0	8	10	2	10	13	4	12	16	6	15	20	9	18	24	12	21	28	15	24	32	18
5	15	16	0	15	17	0	15	18	0	16	20	1	20	25	5	24	30	9	28	35	13	32	40	17
7	17	18	0	17	19	0	18	21	1	20	24	3	25	30	8	30	36	13	35	42	18	40	48	23
5	25	26	0	25	27	0	25	28	0	25	29	0	30	35	5	36	42	11	42	49	17	48	56	23
7	27	28	0	27	29	0	28	31	1	29	33	2	35	40	8	42	48	15	49	56	22	56	64	29
9	49	50	0	49	51	0	49	52	0	49	53	0	49	54	0	49	55	0	56	63	7	64	72	15
3	63	64	0	63	65	0	63	66	0	63	67	0	63	68	0	63	69	0	63	70	0	72	80	9
6	66	67	0	66	68	0	66	69	0	67	71	1	68	73	2	69	75	3	70	77	4	80	88	14
8	78	79	0	78	80	0	78	81	0	78	82	0	78	83	0	78	84	0	78	85	0	88	96	10
1	81	82	0	81	83	0	81	84	0	82	86	1	83	88	2	84	90	3	85	92	4	96	104	15
3	93	94	0	93	95	0	93	96	0	93	97	0	93	98	0	93	99	0	93	100	0	104	112	11
8	98	99	0	98	100	0	98	101	0	98	102	0	98	103	0	99	105	1	100	107	2	112	120	14
3	113	114	0	113	115	0	113	116	0	113	117	0	113	118	0	113	119	0	113	120	0	120	128	7
1	121	122	0	121	123	0	121	124	0	121	125	0	121	126	0	121	127	0	121	128	0	128	136	7
6	136	137	0	136	138	0	136	139	0	136	140	0	136	141	0	136	142	0	136	143	0	136	144	0
7	137	138	0	138	140	1	139	142	2	140	144	3	141	146	4	142	148	5	143	150	6	144	152	7
6	146	147	0	146	148	0	146	149	0	146	150	0	146	151	0	148	154	2	150	157	4	152	160	6
			1			5			11			21			50			84			125			241

全体は2 4列になっているはず (3 × 8)



# ヒント 3

- 待ち時間の合計をグラフにすると . . .

