or-13. ゲーム理論，グラフ

（オペレーションズリサーチ）

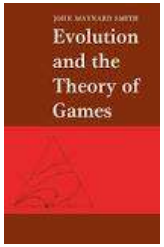
URL: https://www.kkaneko.jp/cc/or/index.html

金子邦彦

13-1. ゲーム理論

ゲーム理論

John Nash



- **ゲーム理論**は，各個人の利得を最大化しようと振舞うときの戦略について研究するもの
- 経済学や社会学の基礎をなすことも
- **John Maynard Smith** により生態系の理解にも役立つことが示唆されている

John Maynard Smith

ゲーム理論の特徴

この授業では，次で説明している．

1. 現実の世界を，**「ゲーム」の世界に置き換える**
2. 各個人が，**各個人の利得の最大化**を目ざして行動する（非協力ゲーム）
3. **前もって，利得が完全に分かる**のが前提
4. 全員が合理的に行動する（**自分の利得の最大化のみ**を目指して行動する）

（ゲーム理論は，さらに大きな広がりがあるもの）

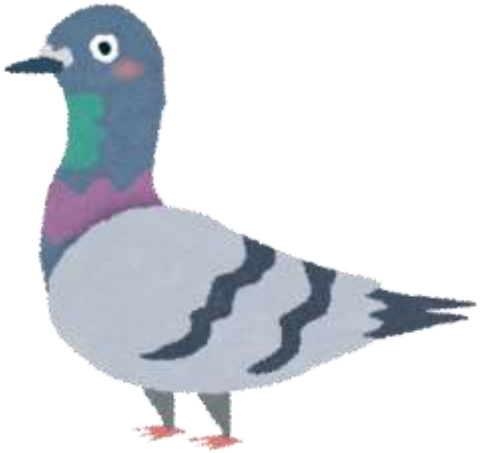
ゲーム理論のメリット

- 利得をもとに，行動の根拠を分析
- 一見，不思議な現象を，ゲーム理論による分析で分析できることも

ゲーム理論の例

- 動物が生き残るためには，どのような戦略をとるべきか
- 最適な戦略は，他の動物に応じて変えるべきか

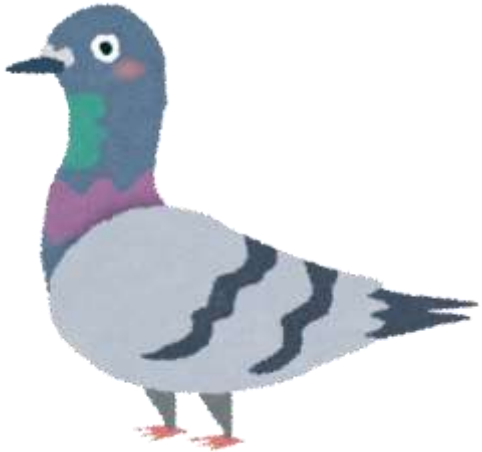
  - 攻撃的であるべきか
  - おとなしくあるべきか



ものごとを，より深く理解するのに，ゲーム理論が助けになる場合も

複数の鷹と鳩が，たがいに関わりあいながら，生存をかける

鷹（たか）



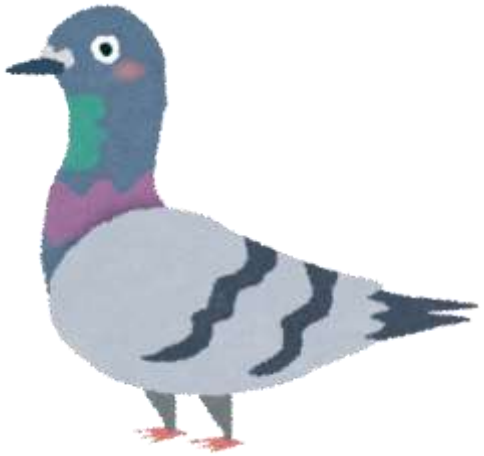
鳩（はと）

鷹の戦略

資源（餌や水）を，他の生き物と争う

- **他の鷹**には，**必ず攻撃**する
- **勝てば**，餌や水などをすべて得る
- **負ければ**，餌や水などを全く得られ無いうえに，**けがをする**
- 他の鷹への攻撃は，勝率は　５０％

鳩の戦略



資源（餌や水など）を争わない

- **鳩に対して**は，攻撃しない

  （餌や水などがあれば，半々に分ける）
- **鷹に対して**も，攻撃しない

  （餌や水などがあれば，すべて鷹に譲る）
- 鷹にあったら逃げるので（必ず逃げることができる）．ケガなどはない

鷹の戦略と，鳩の戦略のどちらが優れているか？

- 鷹と鳩の「どちらかが優れる」と思いますか？

- 鷹は勝ちますか？

- 鳩は耐えしのぐことができますか？

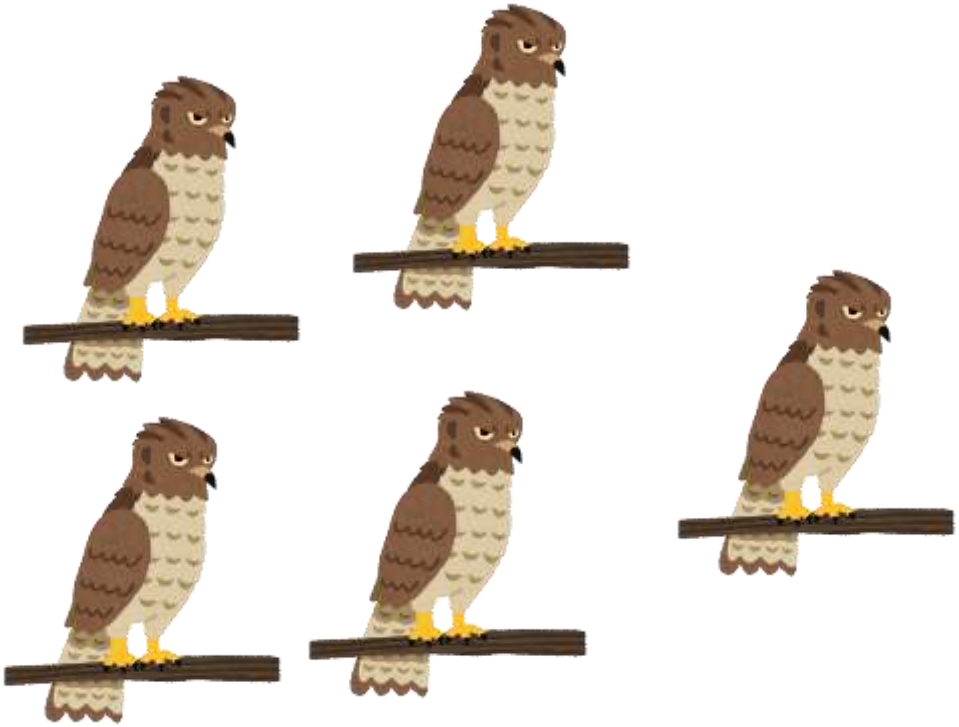
クイズ

鷹と鳩の「どちらかが優れる」と思いますか？

a) 鷹
b) 鳩
c) 両方ともよい
d) 両方ともよくない（他の優れたやり方がある）

鷹の特性

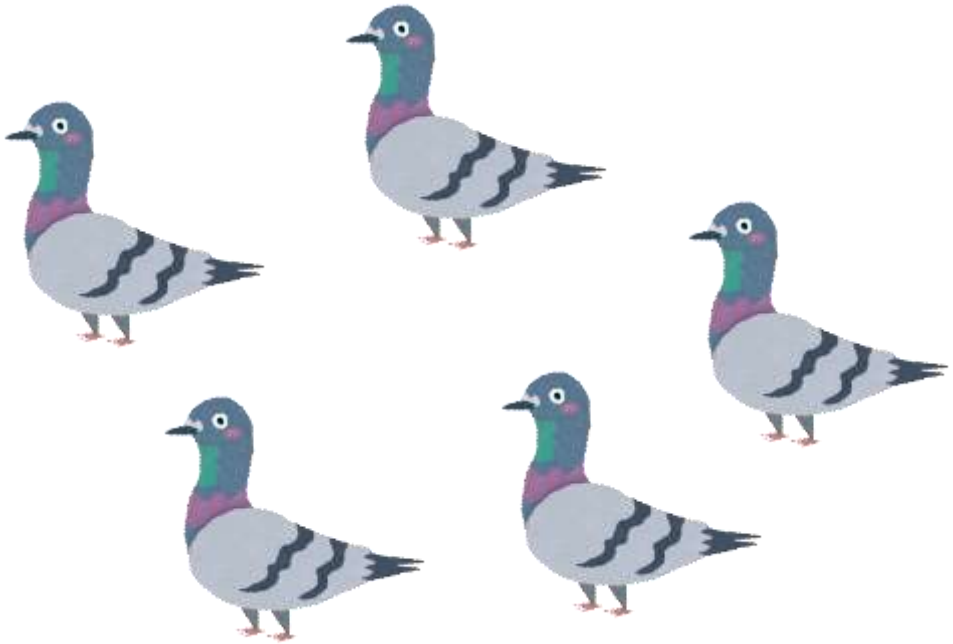
- **仮に**，鷹しかいない，とします．
- 鷹がたくさんいます．互いに攻撃しあいます



勝率は　５０％

鳩の特性

- **仮に**，鳩しかいない，とします．
- 鳩がたくさんいます．攻撃はありません．半々に分け合います



半々に分け合う

- たくさんの**鷹と鳩が混ざり合っている**とします

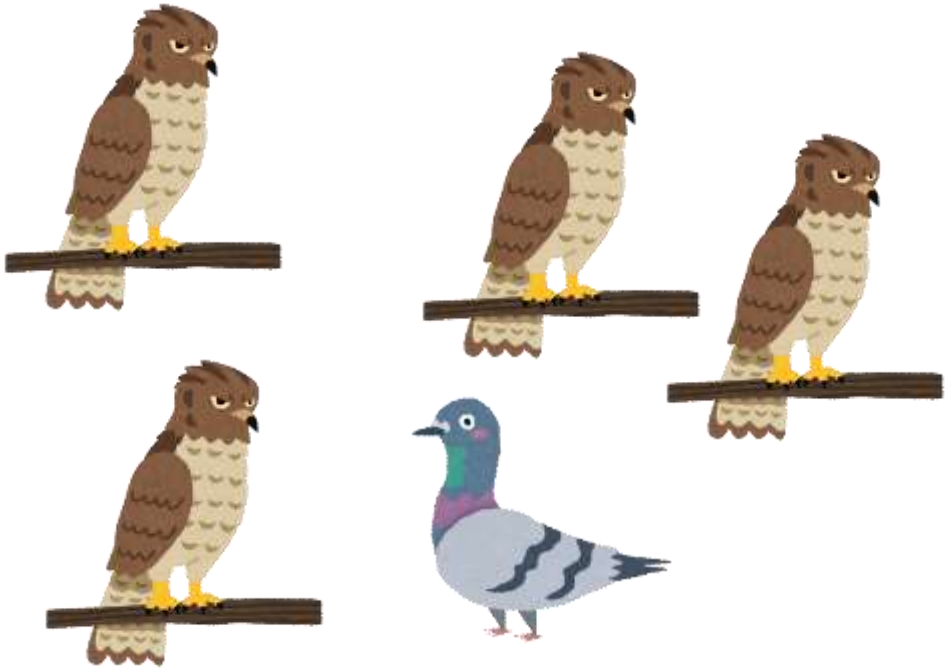
- 鳩は，**生き残る**ことができるでしょうか？
  鷹は，**生き残る**ことができるでしょうか？
- 鳩の数が，鷹の数を**上回る**ことはありえるでしょうか？
  鷹の数が，鳩の数を**上回る**ことはありえるでしょうか？

鷹の気持ちで

鷹が多くいるとき

鷹に多く出会い，鷹と攻撃しあう．

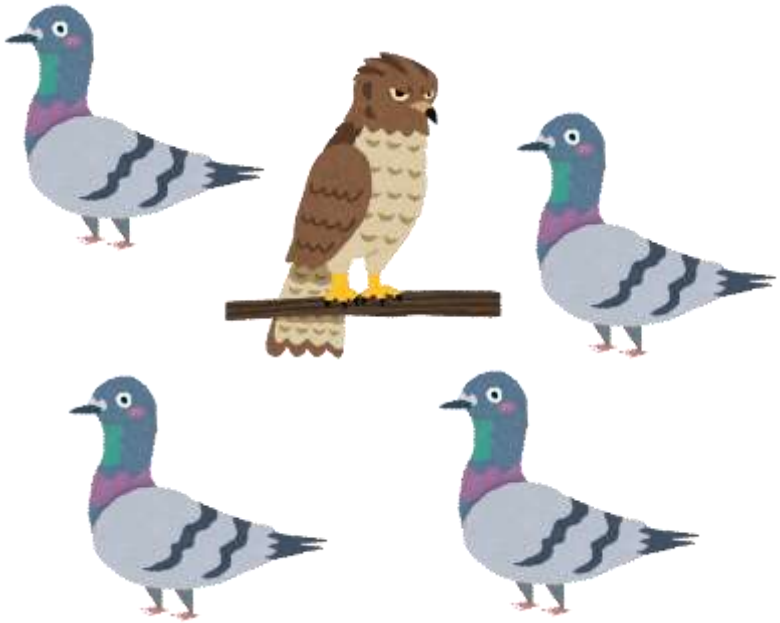
ケガがおおい（不利）



鳩が多くいるとき

鳩に多く出会い，鳩は逃げる．

総取りなので有利

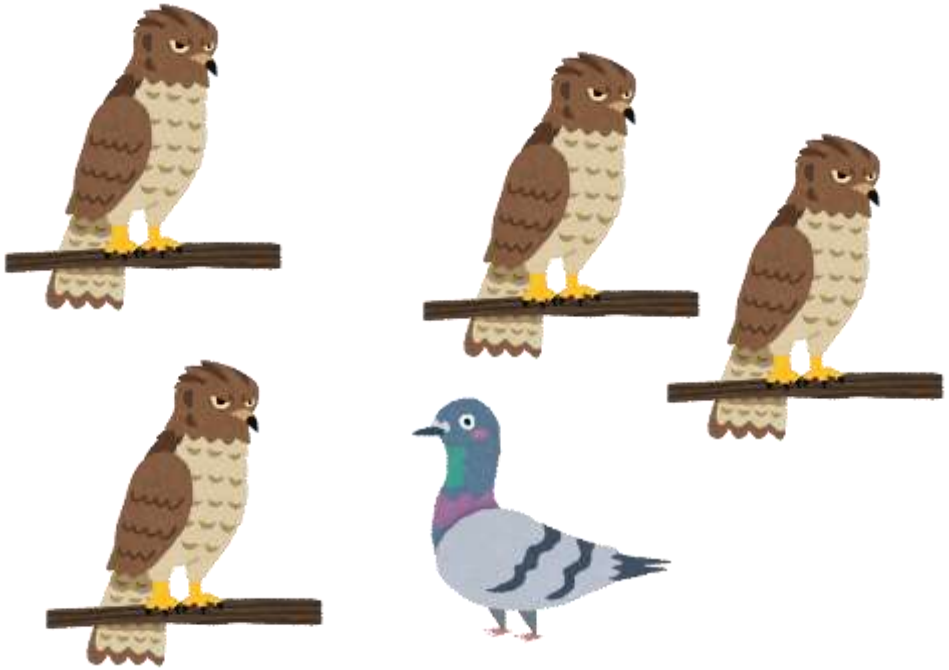


鳩の気持ちで

鷹が多くいるとき

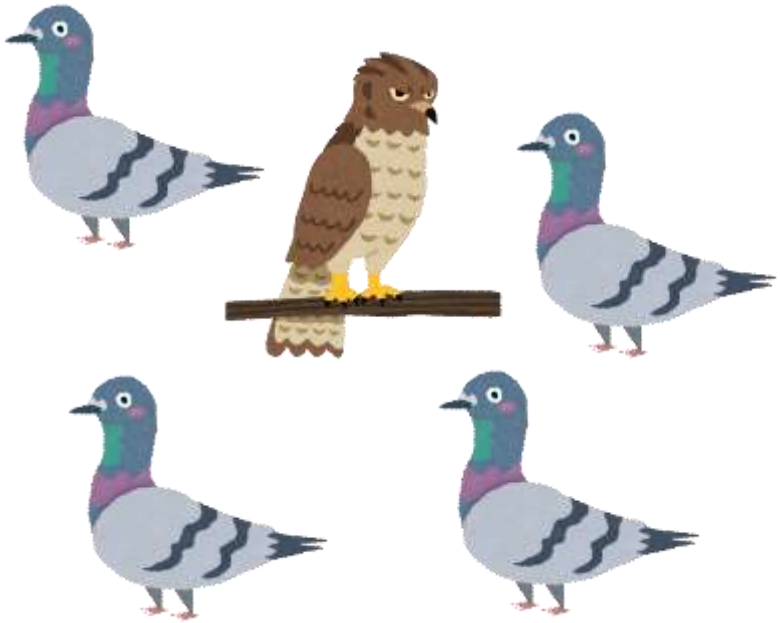
鷹に多く出会う．

逃げる．餌や水は鷹のもの．



鳩が多くいるとき

鳩に多く出会い，
餌や水は半々になる



鳩と鷹の利得表

	鷹	鳩
鷹	勝つ：餌，水をすべて 負ける：けがをする 0.5 R - 0.5 C	餌，水をすべて R
鳩	逃げる 0	餌，水を半分 0.5 R

R: 餌，水
C: けが

http://sciencecases.lib.buffalo.edu/cs/collection/detail.asp?case_id=763&id=763　より

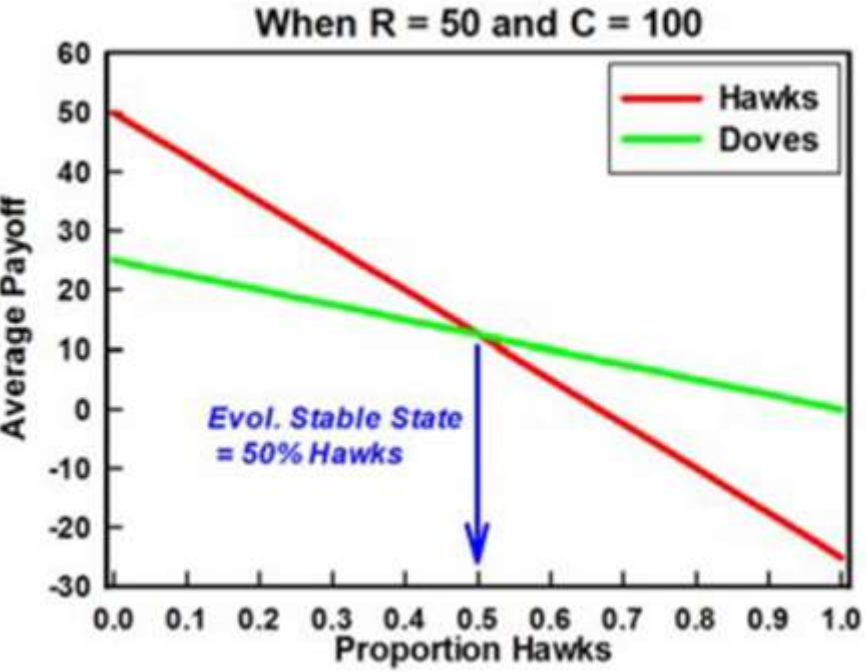
鳩と鷹の利得表

		Meeting	
		Hawk	Dove
Payoff to	Hawk	Each hawk wins ½ the time and loses ½ the time	Hawk always wins and never gets hurt
		Hawk = $0.5R - 0.5C$	Hawk = R
	Dove	Dove always retreats and never gets hurt	Each dove wins ½ the time and loses ½ the time
		Dove = 0	Dove = $0.5R$

Relative frequency of Hawks = p
Relative frequency of Doves = 1-p
Average payoff for Hawk = $p \cdot (0.5 \cdot R - 0.5 \cdot C) + (1 - p)(R)$
Average payoff for Dove = $p \cdot 0 + (1-p) \cdot (0.5 \cdot R)$

http://sciencecases.lib.buffalo.edu/cs/collection/detail.asp?case_id=763&id=763 より

鷹と鳩の割合によって，有利不利が変わる



鷹が増えると　－＞　鷹が不利に

鳩が増えると　－＞　鳩が不利に

ある一定割合のバランスで落ち着く

http://sciencecases.lib.buffalo.edu/cs/collection/detail.asp?case_id=763&id=763　より

13-2. グラフの最短経路などのアルゴリズムをビジュアルに表示するオンラインサイト www.algoanim.ide.sk の紹介

グラフ

- 多数のオブジェクトの２項関係を考えるもの

２項関係の例

(A, B) (A, C) (B, D)

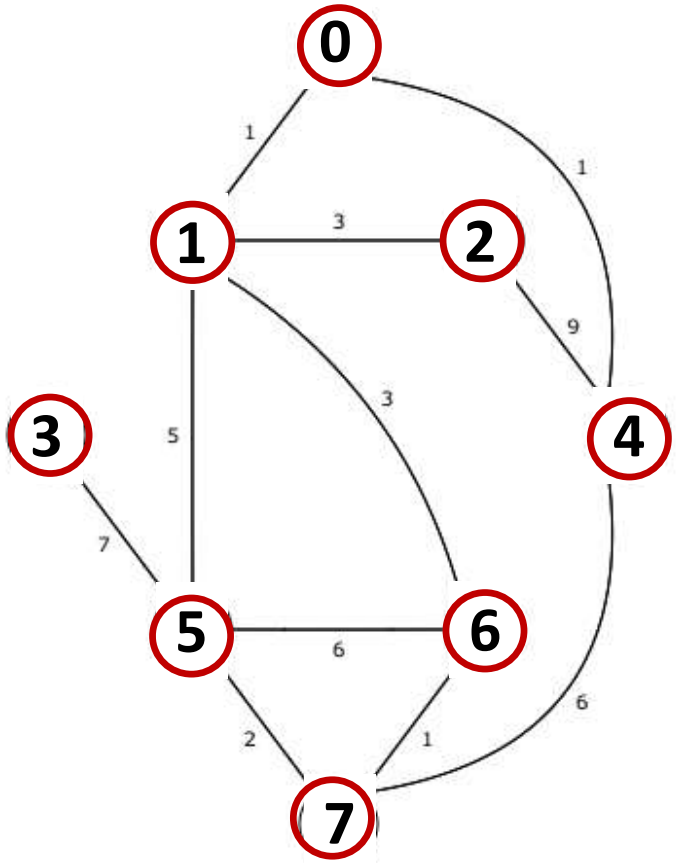
知り合いである．連結している．隣接している．

などの関係を示す．

グラフの応用例

- 交通ネットワーク解析（最短経路探索など）
- Webページのリンク
- 電子回路での接続関係
- タンパク質の相互作用
- 人間の言葉（単語間の類似性など）

グラフ



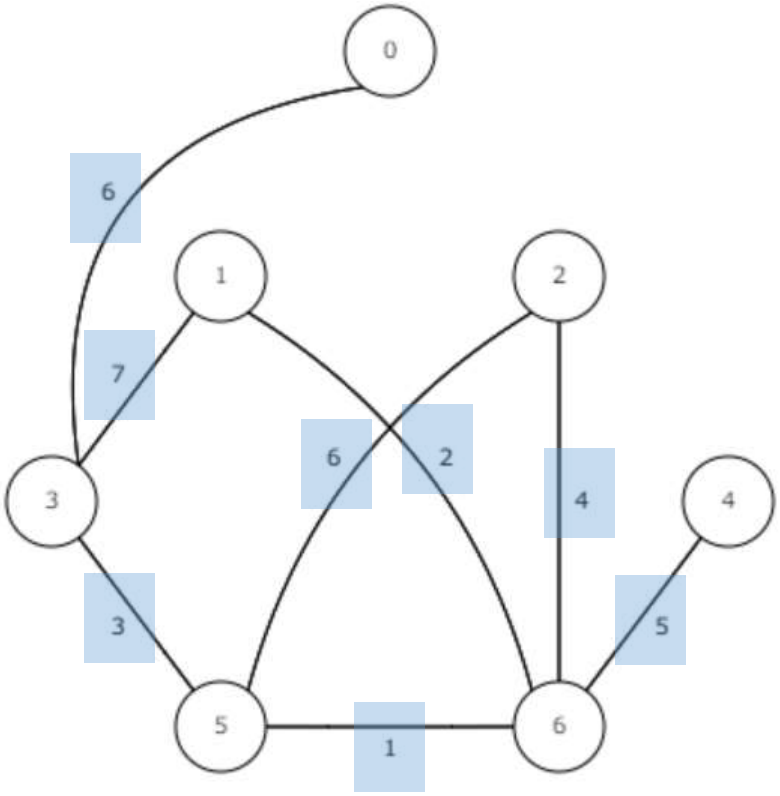
○　ノード
線　エッジ

用途
・道路のつながり具合
・バス路線
など

経路探索

- 1 から 0 への最短経路は：

  1 6 5 3 1



の中の数値は距離

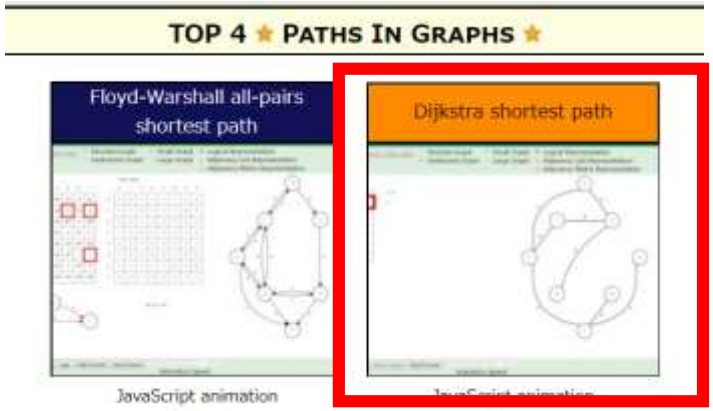
演習

① ウェブブラウザを起動する

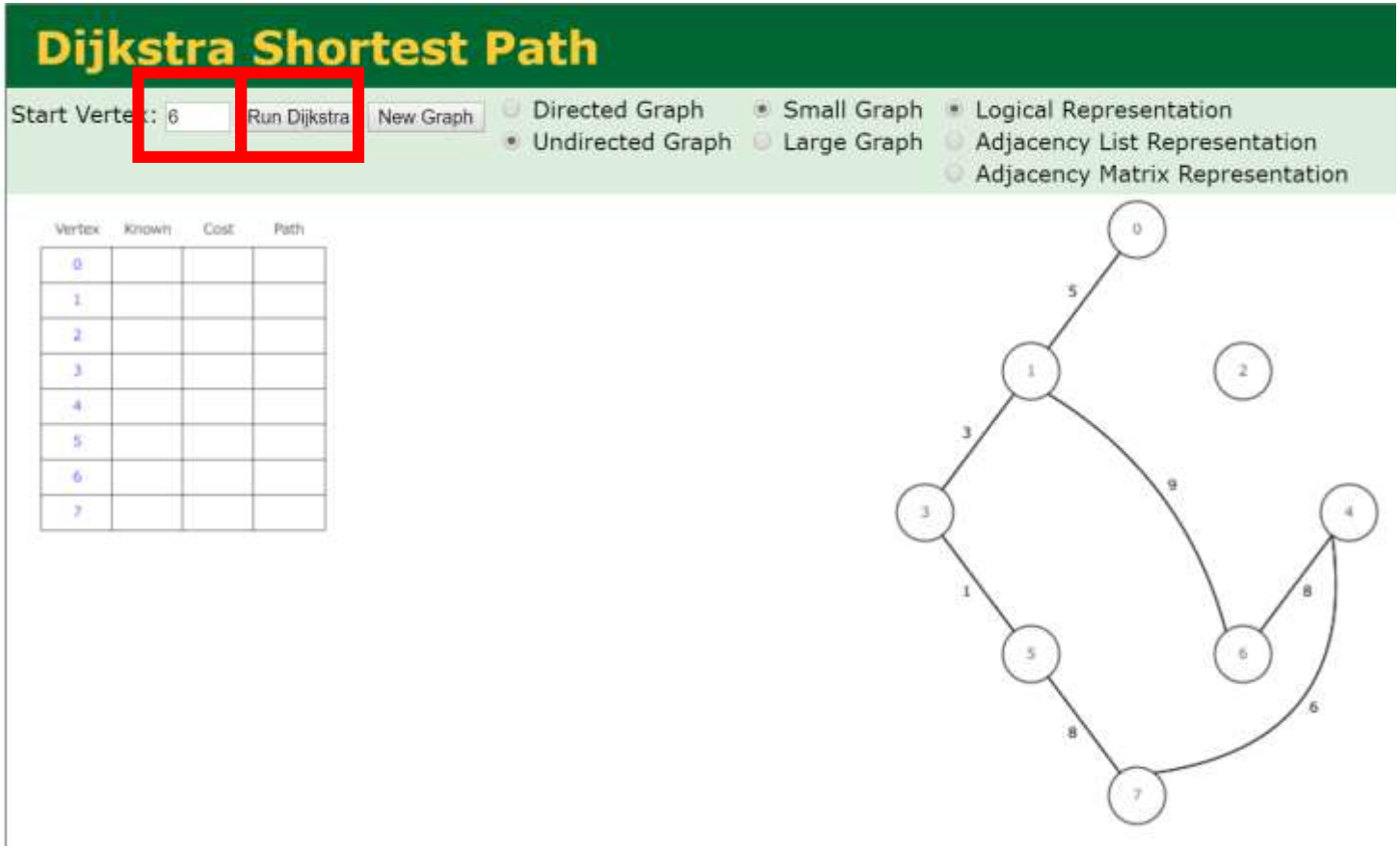
② 次の URL を開く

http://www.algoanim.ide.sk/

③ PATHS IN GRAPH の「Dijkstra shortest path」をクリック



④ Start Vertex のところに節番号 （数値）を半角で入れ、「Run Dijkstra」をクリック



⑤ 結果として、他の節への最短経路が表示されるので、確認する。Start Vertex のところを他の数値にしていろいろ試してみる

Vertex	Known	Cost	Path
0	T	14	1
1	T	9	6
2	F	INF	-1
3	T	12	1
4	T	8	6
5	T	13	3
6	T	0	-1
7	T	14	4

6 1 0

6 1

No Path

6 1 3

6 4

6 1 3 5

6

6 4 7