

or-8. ゲーム理論

(オペレーションズリサーチ)

URL: <https://www.kkaneko.jp/cc/or/index.html>

金子邦彦



アウトライン



- ゲーム理論と非ゼロサムゲーム
- 利得表
- ナッシュ均衡
- 利得表を用いた分析例

8-1 ゲーム理論と 非ゼロサムゲーム

- ゲームの参加者は、全員、「自分の利得」だけを考える
 - 他の人も同じように「それぞれの利得を第一に考えている」はずである
- 協調かもしれないし。
競争かもしれない。

ゲーム理論でのゲームの例



- ゲームの参加者

あなたはラーメン屋です。隣にもラーメン屋があります。

- ゲームのルール

自分の売り上げを多くしたい。値段は値上げ、値下げできる。

- 値上げ → 隣の店に客が逃げるかも

- 値下げ → 隣のラーメン屋も対抗して値下げするかも

ゲーム理論のゲーム



- 参加者とルールがあれば、なんでもゲーム
- 個々の参加者は、おのこの意思決定を行いながら行動する

ゼロサムゲーム



- 自分が得をすれば、他の人が同じだけ損をする
(利得と損失が同じ)

(例) 私が100円得をすれば、
あなたは100円損をする

足すとゼロ (ゼロサム)

サム = 総和

競争だけの世界

ゼロサムゲームの例



醤油ラーメン屋さん 味噌ラーメン屋さん

頑張って、客を
100人増やした



その分、客が
100人減った

+100

-100

足すと0になる

ゼロサムゲーム
(競争だけの世界)

非ゼロサムゲーム

- 非ゼロサムゲームとは、一方の利得が、そのまま他方の損失になるとは限らないようなゲーム

非ゼロサムゲームの例



醤油ラーメン屋さん

味噌ラーメン屋さん

足しても0でない

頑張っ、客を
100人増やした



こちらも客が
20人増えた

非ゼロサムゲーム
(競争と協調が混在する世界)

隣の醤油ラーメン屋が宣伝になった！

※ 醤油ラーメンを食べた客が「今度は味噌！」
と思った



8-2 利得表

8-2 利得表



- ◆ 利得表は、自分の行動、相手の行動ごとの利得を書いた表

- ◆ 利得表には、自分の利得と、相手の利得の両方を書く

利得表の形



ゲームの参加者：自分、相手（2名）

自分の行動：X, Y（2通り）

相手の行動：A, B（2通り）

相手

自分

		相手の行動A		相手の行動B	
		自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
自分	自分の行動 X				
	自分の行動 Y				

ゼロサムゲームと非ゼロサムゲーム



◆ 非ゼロサムゲームの例

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

◆ ゼロサムゲームの例

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	50	50	100	0
Y	0	100	50	50

ゼロサムゲームと非ゼロサムゲーム



◆ 非ゼロサムゲームの例

どの場合でも、足して**100** ($50+50=100$, $100+0=100$, ...)



協調の余地なし

※ 利得表を見ただけで、ゼロサムゲームだと分かる

◆ ゼロサムゲームの例

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	50	50	100	0
Y	0	100	50	50

「自分の利得」についての利得表

		相手	
		A	B
自分	X	20	14
	Y	35	30

「自分の利得」についての利得表

		相手	
		A	B
自分	X	20 ↓	14 ↓
	Y	35	30

行動 X より
行動 Y の方が
利得が大

「自分の利得」についての利得表

		相手	
		A	B
自分	X	20 →	14
	Y	35 →	30

相手の行動により、利得が変化

「相手の利得」についての利得表

相手

		相手	
		A	B
自分	X	25	40
	Y	20	35

利得表



	A	B
X	20	14
Y	35	30

自分の利得

	A	B
X	25	40
Y	20	35

相手の利得



まとめると**利得表**

	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

8-3 ナッシュ均衡

8-3 ナッシュ均衡



- ◆ 利得表を用いて，相手の行動を深読みする.
- ◆ その結果，「**相手はきっと，この手を選ぶだろう**」と**結論**できる場合（ナッシュ均衡）がある

利得表を使って、相手の行動を予測



	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

相手の行動： A だろうか？ B だろうか？

利得表を使って、相手の行動を予測



	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

相手の行動： A だろうか？ B だろうか？

- 相手は、自分の行動が何になるのかわからない

利得表を使って、相手の行動を予測



		A		B	
		自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40	35
Y	35	20	14	35	25

比べる

相手の行動： A だろうか？ B だろうか？

相手の立場になり、相手の行動を予測

- 「私の行動が X としたら、**25**対**40**で、**B**が有利」
- 「私の行動が Y としたら、**20**対**35**で、**B**が有利」
- 「どちらにしても、**B**が有利」

利得表を使って、自分の行動を決定



	A		B	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
X	20	25	14	40
Y	35	20	30	35

Annotations: A red box highlights the 'B' column headers and the '自分の利得' cells for both X and Y. A purple box highlights the 'X' and 'Y' row headers. A purple double-headed arrow points between the values 14 and 30, with a white box containing the text '比べる' (compare).

○ 相手の行動の予測結果 B



○ 自分の行動: X? Y? . . . Yの方が有利

ナッシュ均衡



相手の行動の予測結果： B

↓
自分の行動を決定： Y

先がある

↓
相手は「自分の行動の決定結果が Y」と分かっているはず

↓
「相手は『自分の行動の決定結果が Y』と分かっているはず
として、相手の行動を再び予測： B

↓
自分の行動を決定： Y

↓
このような判断を、ずっと繰り返して得られる結論を
ナッシュ均衡といいます

ナッシュ均衡

合理的な判断：

自分は合理的に判断する。

相手も自分の行動を合理的に判断している

合理的でない例

自分が損をしてでも、相手の利得をもっと少なくしたい

① Excel を起動. 起動したら「空白のブック」を選ぶ



The screenshot shows the Microsoft Office 2010 Start screen. At the top, there is a search bar for online templates and a navigation menu with options like 'Business', 'Budget', 'Calendar', 'Overview', 'Personal', 'Small Business', and 'Tablet'. The main area is divided into sections for 'Excel' and 'Word'. In the 'Excel' section, the 'Blank workbook' (空白のブック) option is highlighted with a red box. Other options include 'Excel へようこそ' and '毎日の作業スケジュール'. The 'Word' section features a 'Tour' (ツアー) button. At the bottom, there are sections for 'Daily Schedule' (日単位のスケジュール), 'Employee Attendance' (従業員出勤簿), and 'Employee Shift Schedule' (従業員のシフトのスケジュール).

② 次の値を書く． 数字は半角で．

	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	20	25	14	40
4	出す	35	20	30	35
5					

③ 次の式を書く

F3: 式 「=MAX(C3, E3)」

F4: 式 「=MAX(C4, E4)」

B5: 式 「=MAX(B3, B4)」

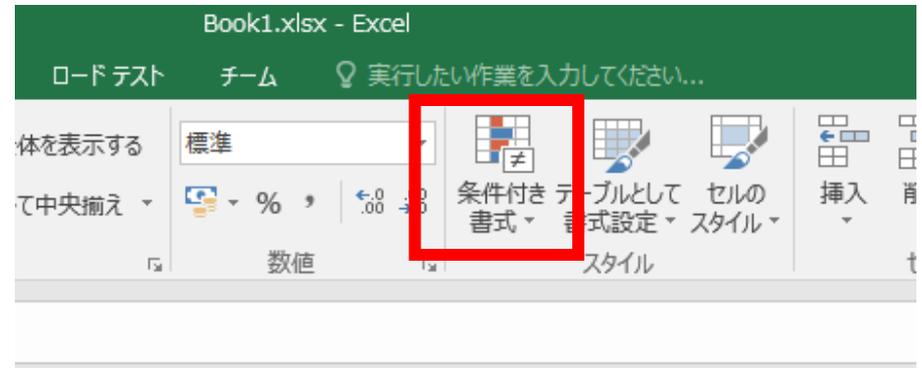
D5: 式 「=MAX(D3, D4)」

④ 式を書いた結果、次のようになるので、確認する

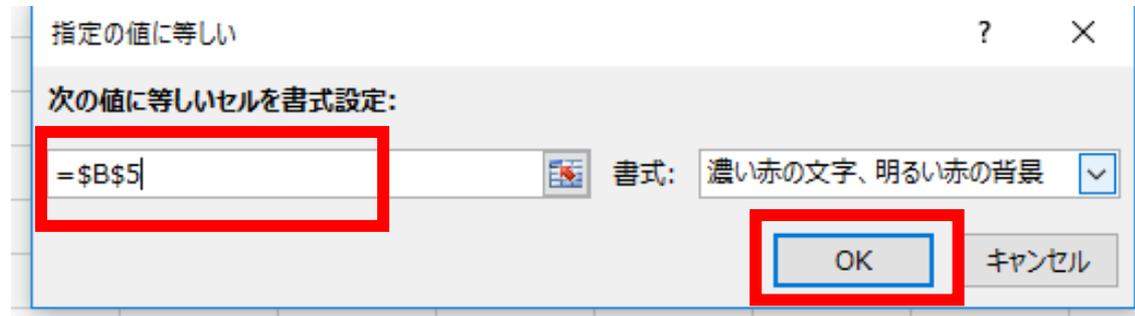
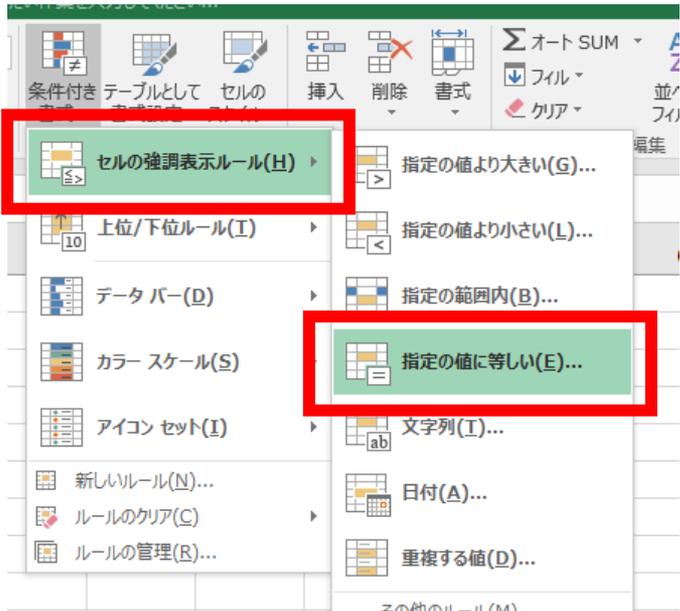
	A	B	C	D	E	F	
1		出さない		出す			
2		自分	相手	自分	相手		
3	出さない	20	25	14	40	40	
4	出す	35	20	30	35	35	
5		35		30			
6							

⑤ セル B3 と B4 を範囲選択し、条件付き書式をクリック

	A	B	C
1		出さない	
2		自分	相手
3	出さない	20	
4	出す	35	
5		35	

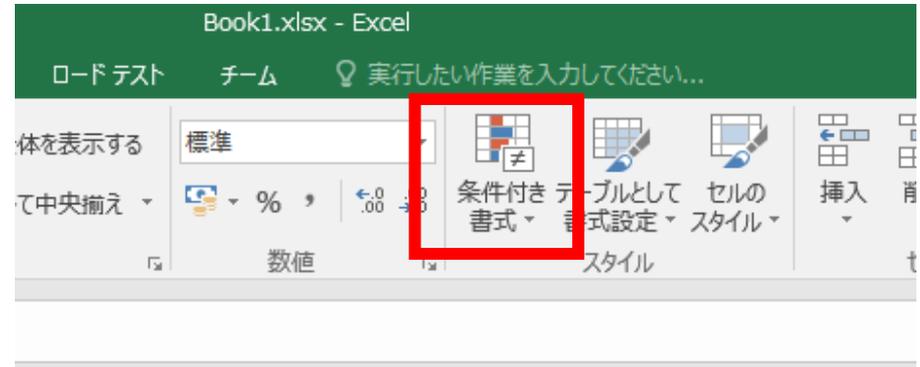


⑥ **セルの強調表示ルール** → 「**指定の値に等しい**」
と操作. 「**=\$B\$5**」を指定し、OKをクリック

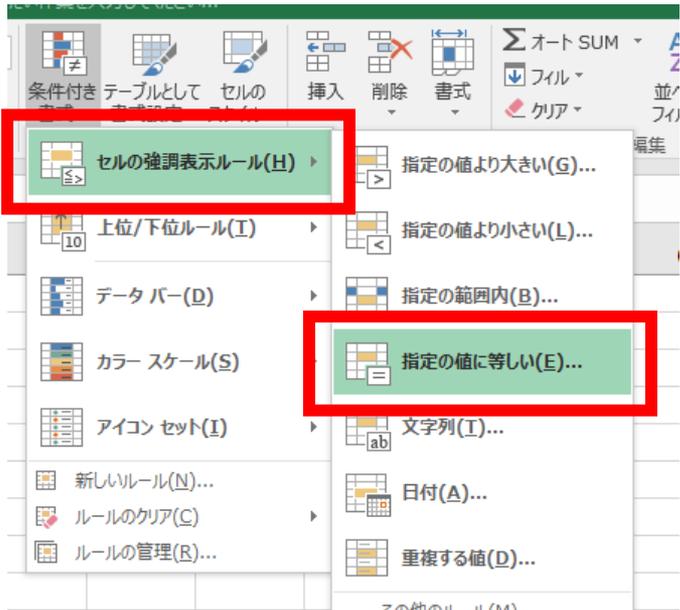


⑦ 今度は、セル D3 と D4 を範囲選択し、**条件付き書式**をクリック

	D	E	
	出す		
	自分	相手	
25	14	40	
20	30	35	
	30		

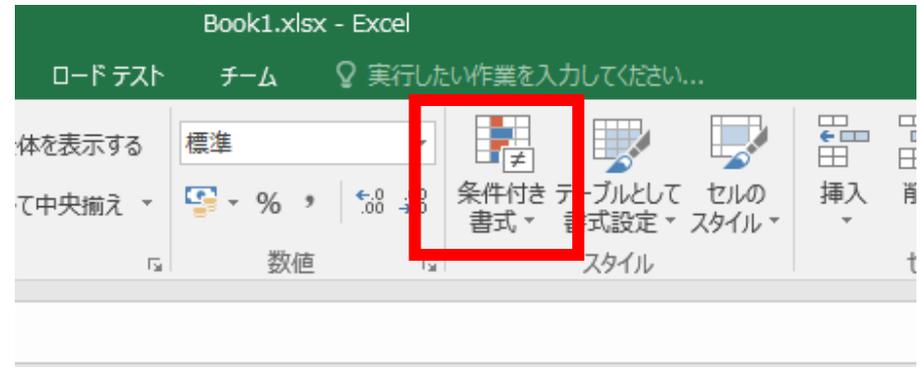


⑧ **セルの強調表示ルール** → 「**指定の値に等しい**」
と操作. 「**=\$D\$5**」を指定し、OKをクリック

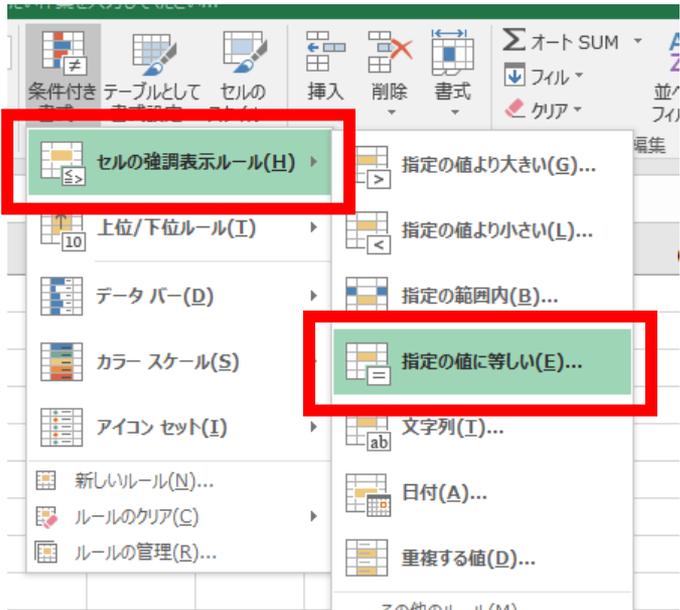


⑨ セル **C3** をクリック. その後、コントロールキーを押しながら **E3** をクリック (**C3** と **E3** の選択). **条件付き書式** をクリック

	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	20	25	14	40
4	出す	35	20	30	35
5		35		30	

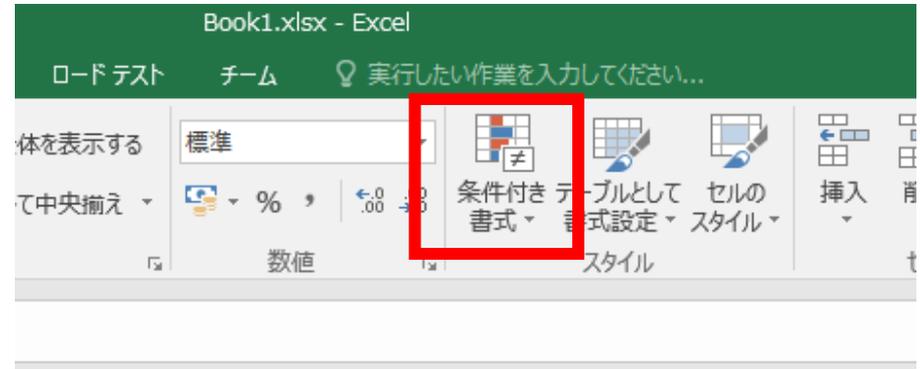


⑩ 「セルの強調表示ルール」 → 「指定の値に等しい」と操作. 「**=F\$3**」を指定し、OKをクリック

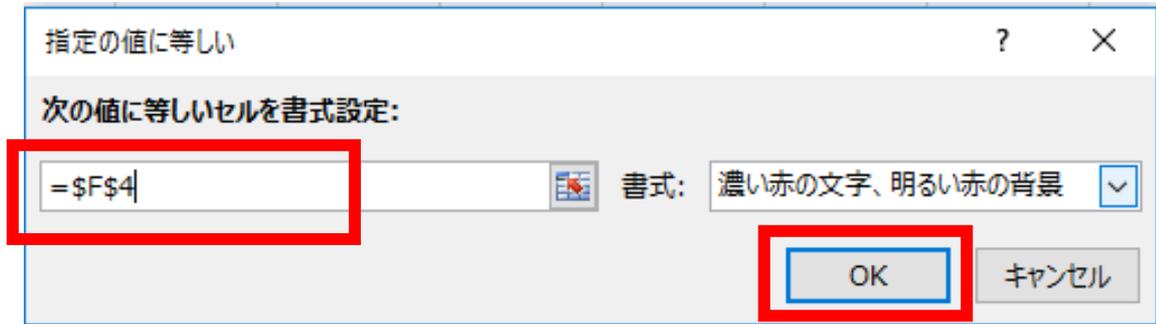
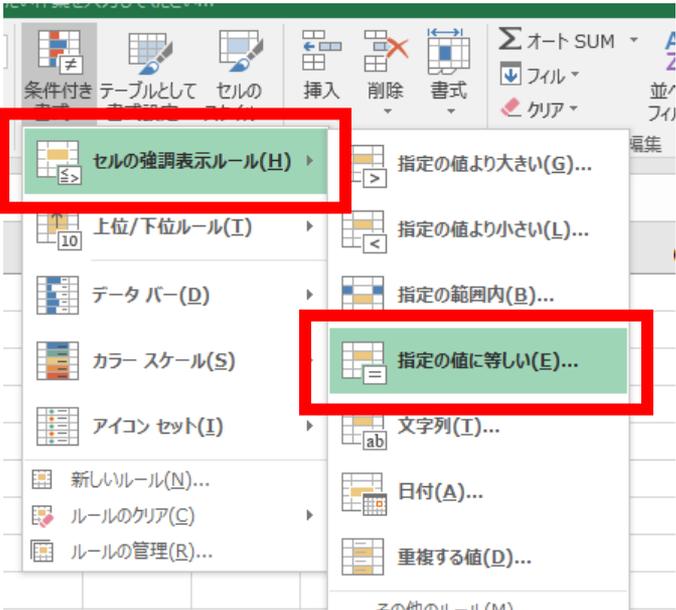


⑪ セル **C4** をクリック。その後、コントロールキーを押しながら **E4** をクリック (**C4** と **E4** の選択)。 **条件付き書式** をクリック

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	
4	出す	35	20	30	35	
5		35		30		



⑫ セルの強調表示ルール」 → 「指定の値に等しい」と操作. 「**=\$F\$4**」を指定し、OKをクリック



⑬ 確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	15	40	40
4	出す	35	20	30	35	35
5		35		30		
6						

比べる

相手は、きっと「出す」

⑭ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	40
4	出す	35	20	30	30	35
5		35		30		

自分も「出す」！

⑮ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	40
4	出す	35	20	30	35	35
5		35		30		
6						

互いに深読みしあった結果、**相手も「出す」、自分も「出す」**に決まり（**ナッシュ均衡**）

自主的に行う演習



いまのExcelファイルで、セル**B3**から**E4**の値を次のように書き換えて、結果を確認する
(次ページに続く)

	A	B	C	D	E	F
1		勝負		逃げる		
2		自分	相手	自分	相手	
3	勝負	50	50	100	0	50
4	逃げる	0	100	50	50	100
5		50		100		
6						

	A	B	C	D	E	F
1		勝負		逃げる		
2		自分	相手	自分	相手	
3	勝負	50	50	100	0	50
4	逃げる	0	100	50	50	100
5		50		100		
6						

互いに深読みしあった結果、相手も「勝負」、
自分も「勝負」に決まり

8-4 利得表を用いた分析例

非ゼロサムゲームの例



<ゲームのルール>

- 2人で遊ぶ
- 参加者は、掛けポイントを置いてもよいし、置かなくてもよい
- 掛けポイントは100ポイント
- 自分が掛けポイントを置いていて、相手が掛けポイントを置かなければ**勝ち**.
1000ポイント得る
- 掛けポイントを置いたのに勝てないときは**負け**.
100ポイントを失う

自分の利得



相手

	ポイントを出さない	ポイントを出す
自分 ポイントを出さない	0	0
自分 ポイントを出す	1000	-100

「**自分**の利得」について

相手の利得



相手

自分

	ポイントを出さない	ポイントを出す
ポイントを出さない	0	1000
ポイントを出す	0	-100

「**相手**の利得」について

利得表



	ポイントを出さない	ポイントを出す		ポイントを出さない	ポイントを出す
ポイントを出さない	0	0	ポイントを出さない	0	1000
ポイントを出す	1000	-100	ポイントを出す	0	-100

自分の利得

相手の利得



まとめると**利得表**

	ポイントを出さない		ポイントを出す	
	自分の利得	相手の利得	自分の利得	相手の利得
ポイントを出さない	0	0	0	1000
ポイントを出す	1000	0	-100	-100

演習



① 次の値を書く。数字は半角で。

	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	0	0	0	1000
4	出す	1000	0	-100	-100

セル F3 に式「=MAX(C3,E3)」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	
5						

② セル F4 に式「=MAX(C4,E4)」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0

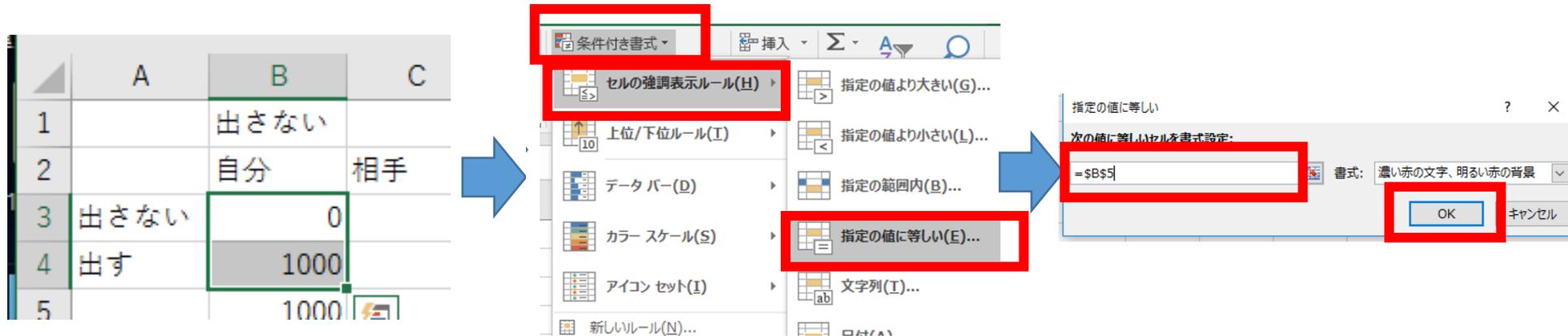
③ セル **B5** に式「**=MAX(B3,B4)**」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000				

④ セル D5 に式「=MAX(D3,D4)」を書く

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

⑤ セル B3,B4 を範囲選択し、条件付き書式を設定する



	A	B	C
1		出さない	
2		自分	相手
3	出さない	0	
4	出す	1000	
5		1000	

条件付き書式

セルの強調表示ルール(H) > 指定の値より大きい(G)...

上位/下位ルール(I) > 指定の値より小さい(L)...

データ バー(D) > 指定の範囲内(B)...

カラー スケール(S) > 指定の値に等しい(E)...

アイコン セット(I) > 文字列(I)...

新しいルール(N)...

指定の値に等しい

次の値に等しいセルを書式設定:

=B\$5

書式: 濃い赤の文字、明るい赤の背景

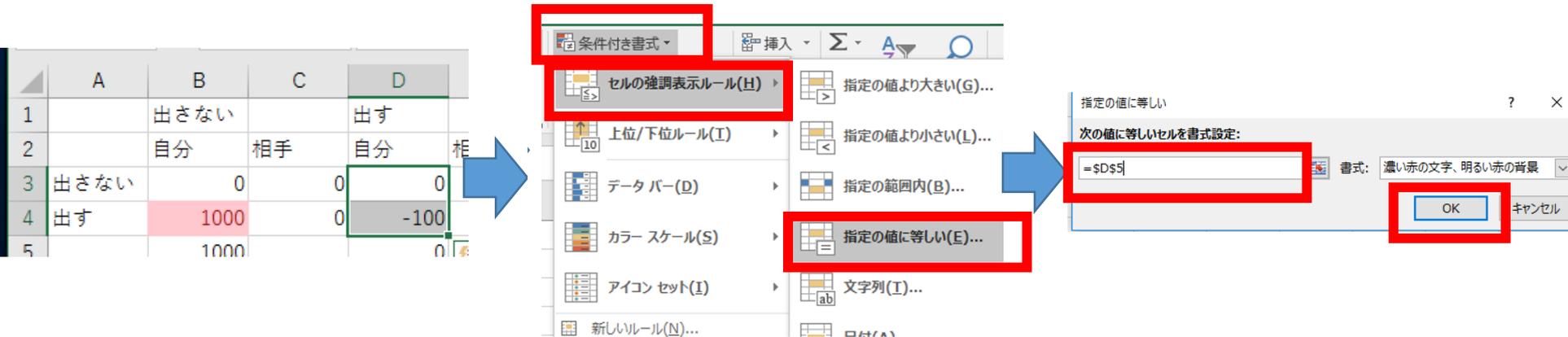
OK

セル B3,B4 を範囲選択

条件付き書式
→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「=B\$5」
を指定して「OK」

⑥ セル D3,D4 を範囲選択し、条件付き書式を設定する



	A	B	C	D
1		出さない		出す
2		自分	相手	自分
3	出さない	0	0	0
4	出す	1000	0	-100
5		1000		0

条件付き書式

セルの強調表示ルール(H) → 指定の値より大きい(G)...

上位/下位ルール(I) → 指定の値より小さい(L)...

データ バー(D)

指定の範囲内(B)...

カラー スケール(S) → 指定の値に等しい(E)...

文字列(I)...

新しいルール(N)...

指定の値に等しい

次の値に等しいセルを書式設定:

=D\$5

書式: 濃い赤の文字、明るい赤の背景

OK

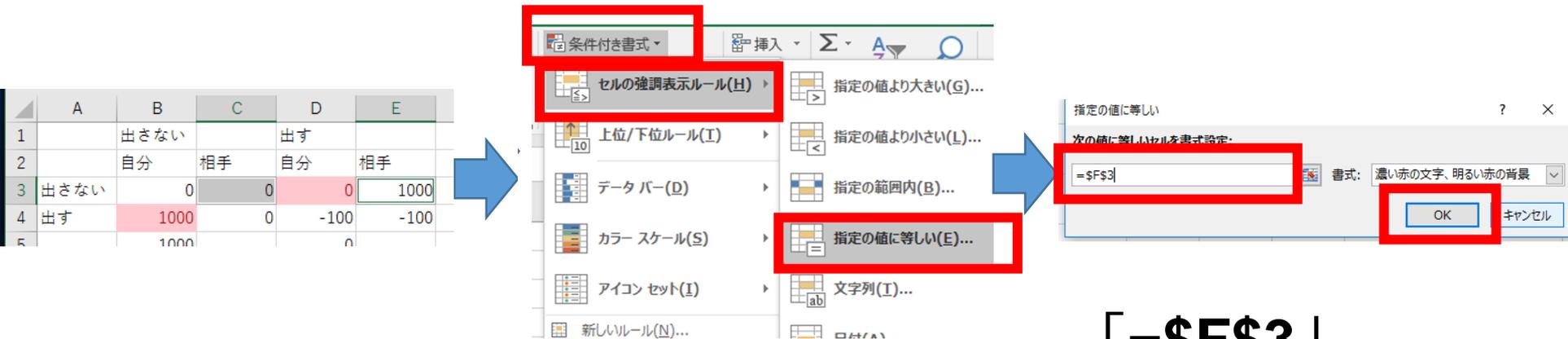
セル D3,D4 を範囲選択

条件付き書式

→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「=D\$5」
を指定して「OK」

⑦ セル **C3** をクリックした後、**コントロールキー**を押しながら **E3** をクリック (**C3** と **E3** の選択)、条件付き書式を設定する



The image shows a sequence of steps in Excel. On the left, a grid of data is shown with cells C3 and E3 highlighted. A blue arrow points to the 'Conditional Formatting' menu, where 'Conditional Formatting' is selected, followed by 'Cell Style Rules', and then 'Equal to the specified value'. A second blue arrow points to the 'Equal to the specified value' dialog box, where the formula '=F\$3' is entered in the 'Specify the value to which you want to compare the cells in the selected range:' field. The 'OK' button is highlighted.

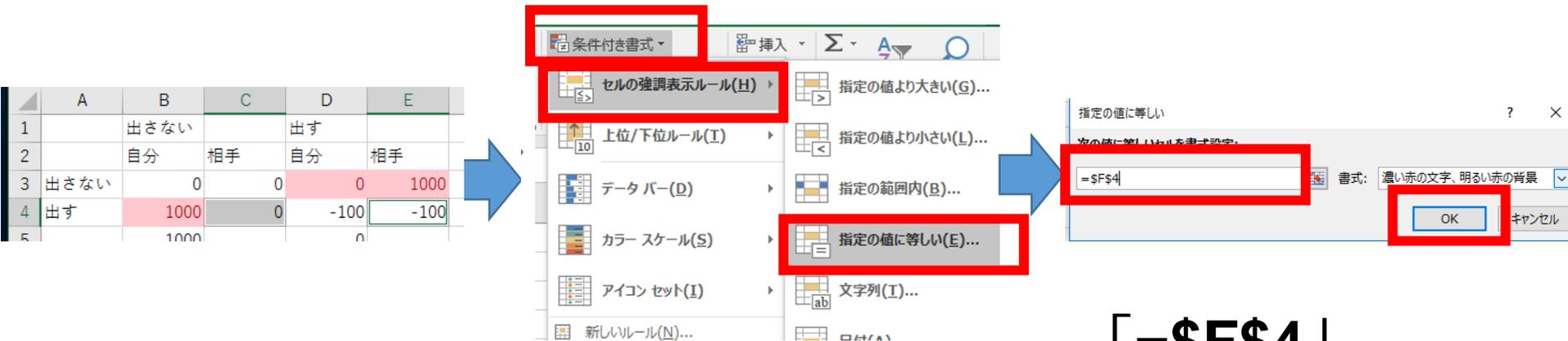
	A	B	C	D	E
1		出さない		出す	
2		自分	相手	自分	相手
3	出さない	0	0	0	1000
4	出す	1000	0	-100	-100
5		1000		0	

セル **C3,E4** を選択

条件付き書式
→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「**=F\$3**」
を指定して「OK」

⑧ セル **C4** をクリックした後、**コントロールキー**を押しながら **E4** をクリック (**C4** と **E4** の選択)、条件付き書式を設定する



The image shows a sequence of steps in Excel:

- 1. A spreadsheet with columns A-E and rows 1-5. Row 4 is highlighted in red, with cells C4 and E4 containing '0' and '-100' respectively.
- 2. The 'Conditional Formatting' menu is open, with 'セルの強調表示ルール(H) >' selected.
- 3. The '指定の値に等しい(E)...' option is selected.
- 4. The '指定の値に等しい' dialog box is shown, with the formula box containing '=\$F\$4' and the format dropdown set to '濃い赤の文字、明るい赤の背景'. The 'OK' button is highlighted.

セル **C4,E4** を選択

条件付き書式
→セルの強調表示ルール
→指定の値に等しい

「=\$F\$4」
を指定して「OK」

⑨ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

⑩ 結果を確認する

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

自分にとって、一番有利なのは
自分：出す、相手：出さない

相手にとって、一番有利なのは
自分：出さない、相手：出す

最善の行動が、Excel で自動で求まった

8 - 3 は協調、 8 - 4 は競争

• 8 - 3 の場合

8 - 4 の場合

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	20	25	14	40	40
4	出す	35	20	30	35	35
5		35		20		

	A	B	C	D	E	F
1		出さない		出す		
2		自分	相手	自分	相手	
3	出さない	0	0	0	1000	1000
4	出す	1000	0	-100	-100	0
5		1000		0		

自分ののための最善と、
相手のための最善が
一致する

自分ののための最善と、
相手のための最善が
一致しない