

sp-17. フィボナッチ数

(Scheme プログラミング)

URL: <https://www.kkaneko.jp/cc/scheme/index.html>

金子邦彦



アウトライン

17-1 フィボナッチ数

17-2 パソコン演習

17-3 課題

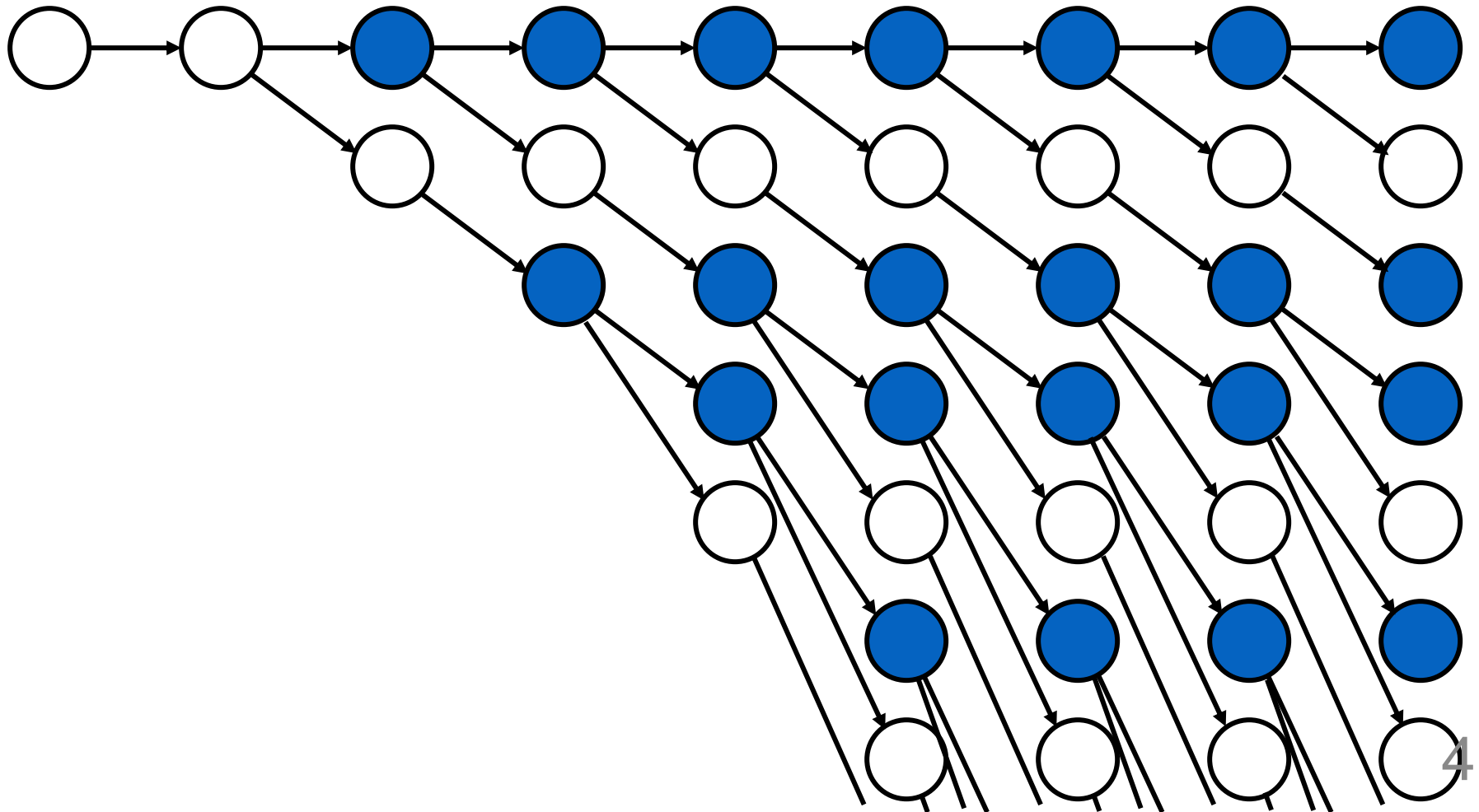


17-1 フィボナッチ数

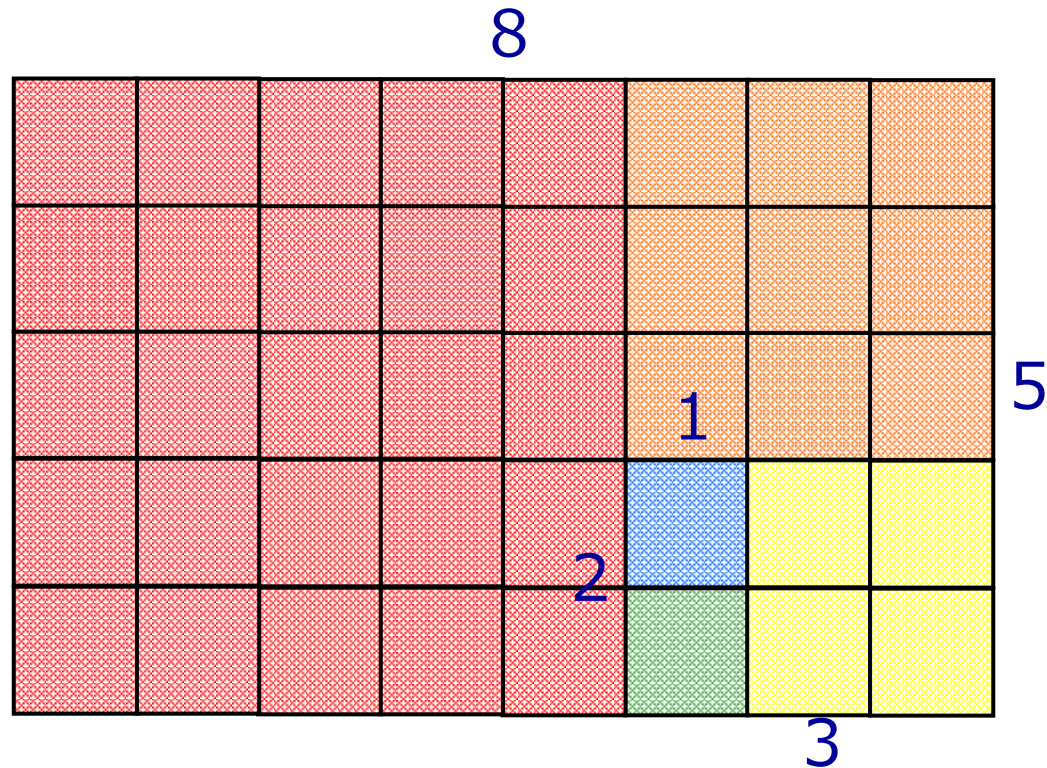
フィボナッチ数



1 1 2 3 5 8 13 21 34



フィボナッチ数



フィボナッチ数



- 生成的再帰（木構造再帰プロセス）の形で、フィボナッチ数

$$f_0 = 0,$$

$$f_1 = 1,$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} (n > 1)$$

の i 番目の数 f_i を計算するプログラムを作る

例) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,

フィボナッチ数



$$f_0 = 0,$$

$$f_1 = 1,$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad (n > 1)$$

17-2 パソコン演習

パソコン演習の進め方



- 資料を見ながら, 「例題」を行ってみる
- 各自, 「課題」に挑戦する
- 自分のペースで先に進んで構いません

- DrScheme の起動
プログラム → PLT Scheme → DrScheme
- 今日の演習では「Intermediate Student」
に設定
Language
→ Choose Language
→ Intermediate Student
→ Execute ボタン

例題 1. フィボナッチ数



- 生成的再帰（木構造再帰プロセス）の形で、フィボナッチ数

$$f_0 = 0,$$

$$f_1 = 1,$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} (n > 1)$$

の i 番目の数 f_i を計算するプログラムを作る

例) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,

「例題 1. フィボナッチ数」の手順



1. 次を「定義用ウィンドウ」で、実行しなさい
 - 入力した後に、Execute ボタンを押す

```
(define (fibonacci n)
  (cond
    [(= n 0) 0]
    [(= n 1) 1]
    [else (+ (fibonacci (- n 1)) (fibonacci (- n 2)))]))
```

2. その後、次を「実行用ウィンドウ」で実行しなさい

```
(fibonacci 5)
(fibonacci 6)
(fibonacci 7)
```

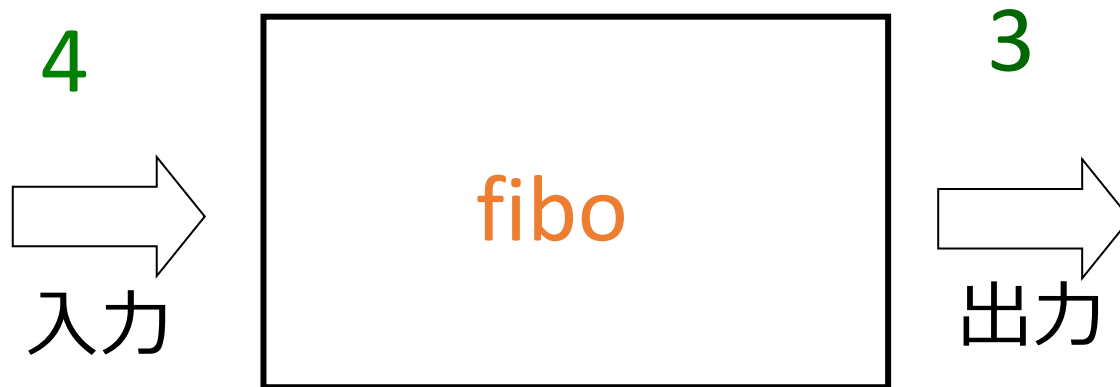
☆ 次は、例題 2 に進んでください

実行結果の例



```
Untitled - DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled Save Check Syntax Step Execute Break
(define ...)
(define (fibonacci n)
  (cond
    [(= n 0) 0]
    [(= n 1) 1]
    [else (+ (fibonacci (- n 1)) (fibonacci (- n 2)))]))
> (fibonacci 5)
5
> (fibonacci 6)
8
> (fibonacci 7)
13
15:3 Unlocked not running
```

入力と出力



入力は数値

出力は数値

フィボナッチ数



```
(define (fibonacci n)
  (cond
    [(= n 0) 0]
    [(= n 1) 1]
    [else (+ (fibonacci (- n 1)) (fibonacci (- n 2)))]))
```

フィボナッチ数



1. $n = 0$ ならば : → 終了条件

0 → 自明な解

2. $n = 1$ ならば : → 終了条件

1 → 自明な解

3. そうで無ければ :

– (fibonacci (- n 2)) と (fibonacci (- n 1)) を足す

⇒ 結局, fibonacci の実行を繰り返す

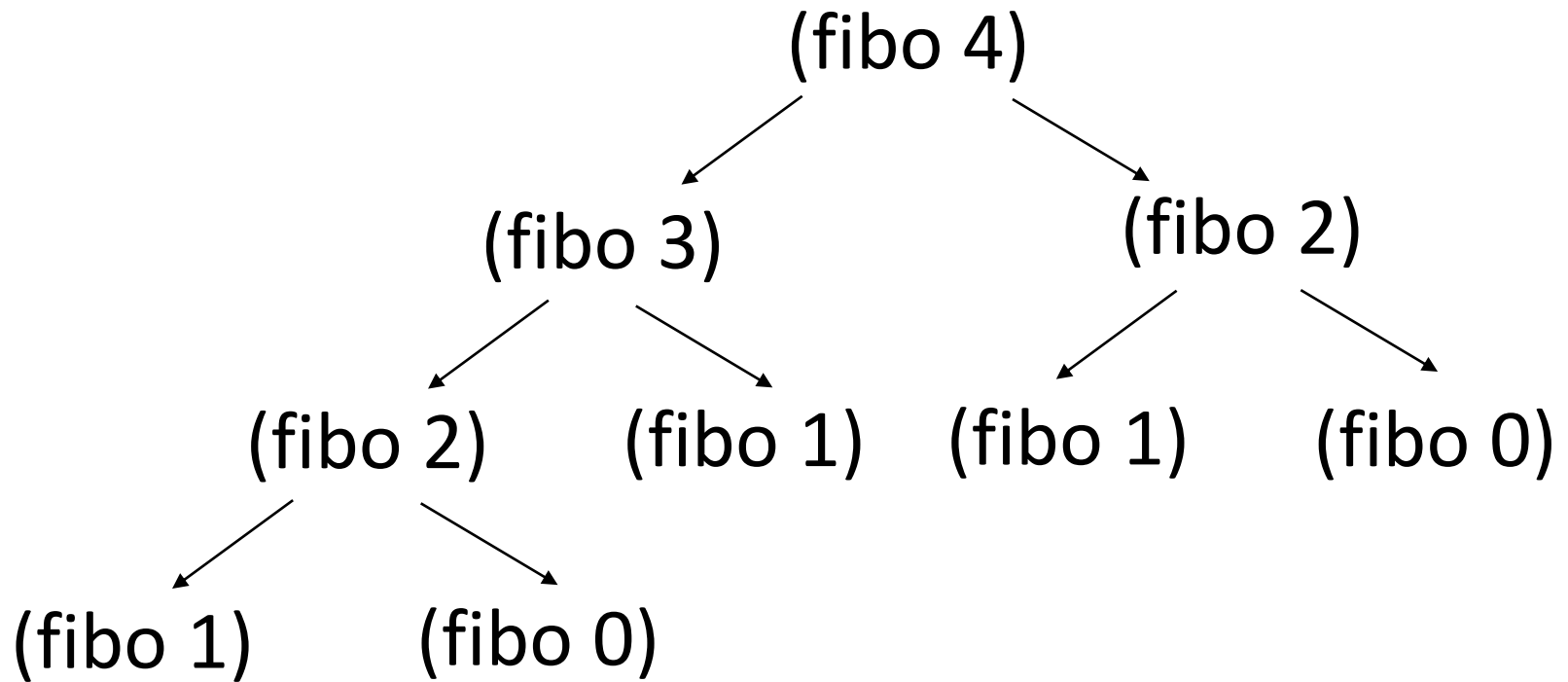
(fibonacci 4)から 3 が得られる過程の概略 (1/2)

$$\begin{aligned}
 (\text{fibonacci } 4) &= (+ (+ (+ \\
 &= \dots & \quad (\text{fibonacci } (-2 \ 1)) \\
 &= (+ (\text{fibonacci } (-4 \ 1)) & \quad (\text{fibonacci } (-2 \ 2))) \\
 & \quad (\text{fibonacci } (-4 \ 2))) & \quad (\text{fibonacci } (-3 \ 2))) \\
 &= \dots & \quad (\text{fibonacci } (-4 \ 2))) \\
 &= (+ (+ &= \dots \\
 & \quad (\text{fibonacci } (-3 \ 1)) &= (+ (+ (+ \\
 & \quad (\text{fibonacci } (-3 \ 2))) & \quad 1 \\
 & \quad (\text{fibonacci } (-4 \ 2))) & \quad 0) \\
 &= \dots & \quad (\text{fibonacci } (-3 \ 2))) \\
 & & \quad (\text{fibonacci } (-4 \ 2)))
 \end{aligned}$$

(fibonacci 4)から 3 が得られる過程の概略 (2/2)

$$\begin{aligned}
 &= \dots \\
 &= (+ (+ \\
 & 1 \\
 & 1) \\
 & \text{(fibonacci (- 4 2))}) \\
 &= \dots \\
 &= (+ 2 \\
 & (+ \\
 & \text{(fibonacci (- 2 1))}) \\
 & \text{(fibonacci (- 2} \\
 & 2)))))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \dots \\
 &= (+ 2 \\
 & (+ 1 0)) \\
 &= \dots \\
 &= 3
 \end{aligned}$$



fibo の計算パターンは、木構造再帰である

- 関数 fibo は, $n > 1$ のとき, fibo を2回呼び出す

例) (fibo 10) を計算するために (fibo 9) と (fibo 8) を計算している

- 計算パターンは, 木構造再帰(tree recursion)をなす
 - 樹木状をなす (前ページ)

例題 2. 「反復的プロセス」での フィボナッチ数

- フィボナッチ数

$$f_0 = 0,$$

$$f_1 = 1,$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} (n > 1)$$

の i 番目の数 f_i を計算するプログラムを作る

- 例題 1 よりも繰り返し回数が少なくなるように工夫する

「例題 2. 反復的プロセスでのフィボナッチ数」の手順



1. 次を「定義用ウィンドウ」で、実行しなさい
 - 入力した後に、Execute ボタンを押す

```
(define (fibonacci n)
  (fibonacci-iterate 1 0 n))
(define (fibonacci-iterate a b counter)
  (cond
    [(= counter 0) b]
    [else (fibonacci-iterate (+ a b) a (- counter 1))]))
```

2. その後、次を「実行用ウィンドウ」で実行しなさい

```
(fibonacci 5)
(fibonacci 6)
(fibonacci 7)
```



Untitled - DrScheme

File Edit Windows Show Language Scheme Help

Untitled Save (define ...) Check Syntax Step Execute Break

```
(define (fibonacci n)
  (fibonacci-iterate 1 0 n))
(define (fibonacci-iterate a b counter)
  (cond
    [(= counter 0) b]
    [else (fibonacci-iterate (+ a b) a (- counter 1))]))
```

> (fibonacci 5)
5
> (fibonacci 6)
8
> (fibonacci 7)
13
> (fibonacci 8)
21

12:3 Unlocked not running

実行結果

「反復的プロセス」でのフィボナッチ数



```
(define (fibonacci n)
  (fibonacci-iterate 1 0 n))

(define (fibonacci-iterate a b counter)
  (cond
    [(= counter 0) b]
    [else (fibonacci-iterate (+ a b) a (- counter 1))]))
```


「反復的プロセス」でのフィボナッチ数



1. まず, $f_1 (=1)$, $f_0 (=0)$ から始める
2. 次に, f_0 , f_1 を使って, f_2 を求める
3. . . .
4. n に達するまで続ける

「反復的プロセス」でのフィボナッチ数



a=1, b=0 から開始して,

$$a \leftarrow a + b$$

$$b \leftarrow a$$

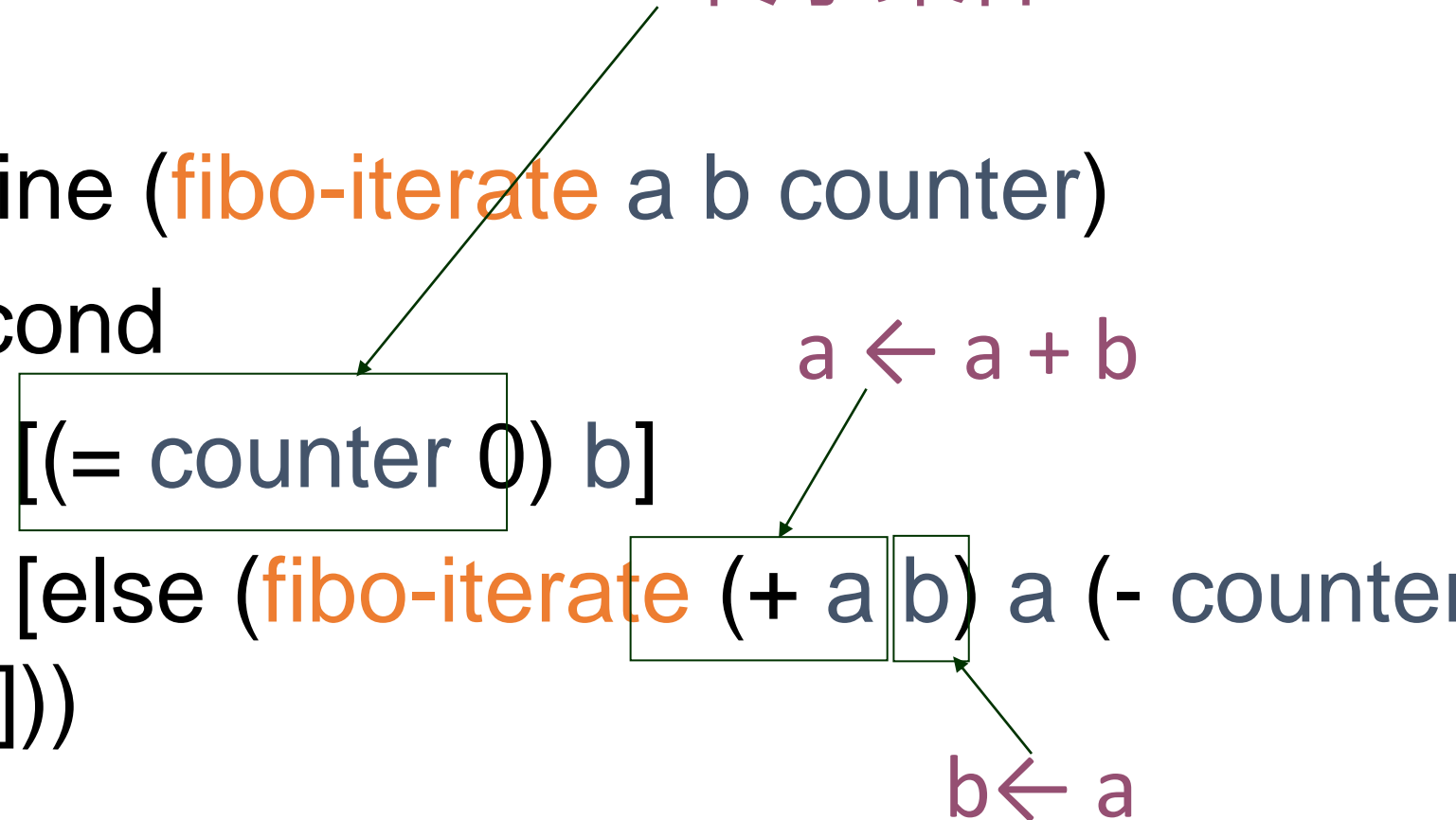
を繰り返す.

終了条件

```
(define (fibonacci-iterate a b counter)
  (cond
    [(= counter 0) b]
    [else (fibonacci-iterate (+ a b) a (- counter 1))]))
```

$a \leftarrow a + b$

$b \leftarrow a$



(fibonacci 4) から 3 が得られる過程の概略



(fibonacci 4)
= (fibonacci-iterate 1 0 4)
= ...
= (fibonacci-iterate 1 1 3)
= ...
= (fibonacci-iterate 2 1 2)
= ...
= (fibonacci-iterate 3 2 1)
= ...
= (fibonacci-iterate 5 3 0)
= ...
= 3

a, b, counter の
値が変化する

• 例題 1

- 木構造的な再帰
- 計算が冗長

例) (fibonacci 4) の計算では, (fibonacci 2), (fibonacci 1), (fibonacci 0) が繰り返し現れる

• 例題 2

- 反復的プロセス
- 例題 1 ではあった「冗長な計算」が、例題 2 で無い

17-3 課題

課題 1



- 例題 1 と例題 2 のフィボナッチ数のプログラムを，性能の面から比較せよ
 - 例題 1 と例題 2 のプログラムについて，(fibonacci 6) を計算するために，例題 1 の fibo, 例題 2 の fibo-iterate が何回繰り返し実行されるか数えよ
 - 例題 1 と例題 2 のプログラムを，DrScheme の stepper で実行し，最終的な結果が得られるまでに「next」ボタンを押した回数（置き換えが起こった回数）を数えてみよ
 - これは，(fibonacci 3), (fibonacci 4), (fibonacci 5), (fibonacci 6) について行え