sp-15.リスト処理とクイックソート

（Scheme プログラミング）

URL: https://www.kkaneko.jp/pro/scheme/index.html

金子邦彦

アウトライン

15-1 クイックソート

15-2 パソコン演習

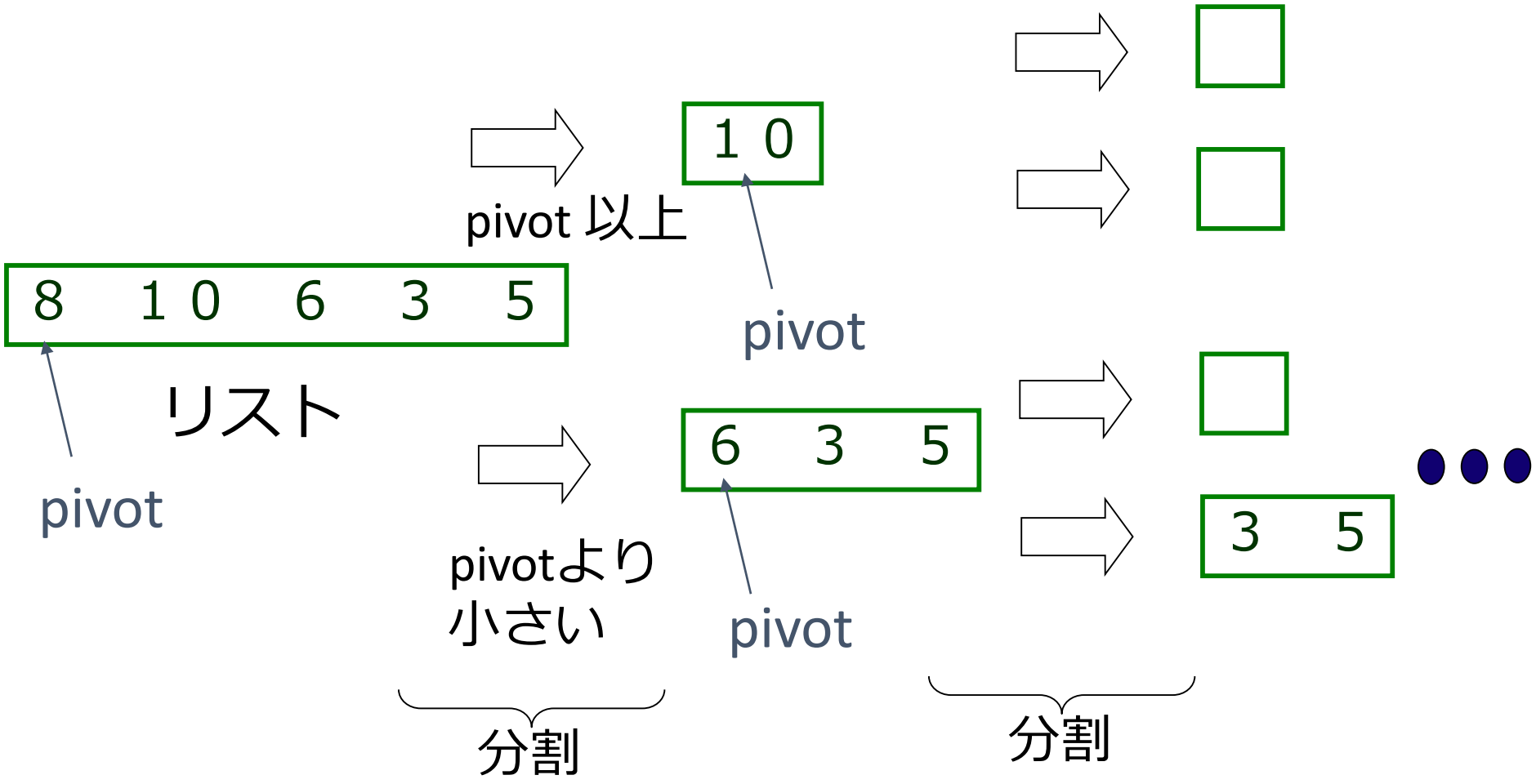
15-3 課題

今日の内容

1. リストへの要素の挿入
2. インサーションソート
   - 要素の挿入によるソート
   - 「すでにソートされたリストへの要素の挿入」を繰り返すことで，ソートを行う
3. クイックソート
   - 手順
   - 再帰プログラム
   - 分割統治法の考え方
4. 繰り返しでのステップ数
   - ソートすべきデータサイズとステップ数の関係

15-1 クイックソート

クイックソートの考え方

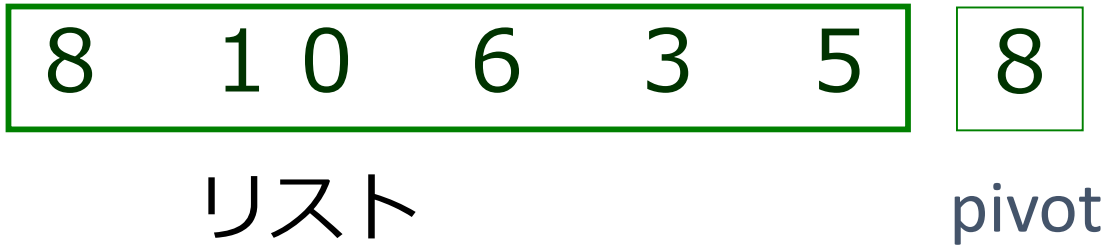


リストが空になるまで，pivot の選択と，
pivot による要素の分割を続ける

クイックソートの処理手順

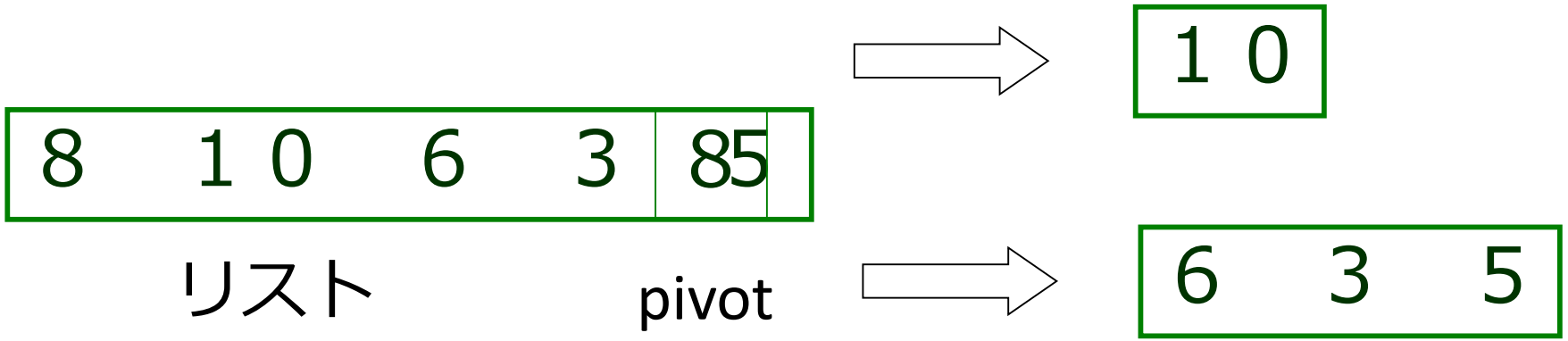
1. 基準となるピボット（pivot）の選択
   - ソートする範囲の中から pivot を1つ選ぶ
2. ピボットによるリストの分割
   - smaller-items, larger-items を使用
3. 1 と 2. を繰り返す
   - 2. で出来た「pivot より大きい要素のリスト」と「pivot より小さい要素のリスト」のそれぞれを独立にソート
4. できた分割（木構造）を使ってソートを実行
   - 最後に、２つの部分と pivot をつなげる．全体がソートできたことになる
   - append を使用

pivot の選択

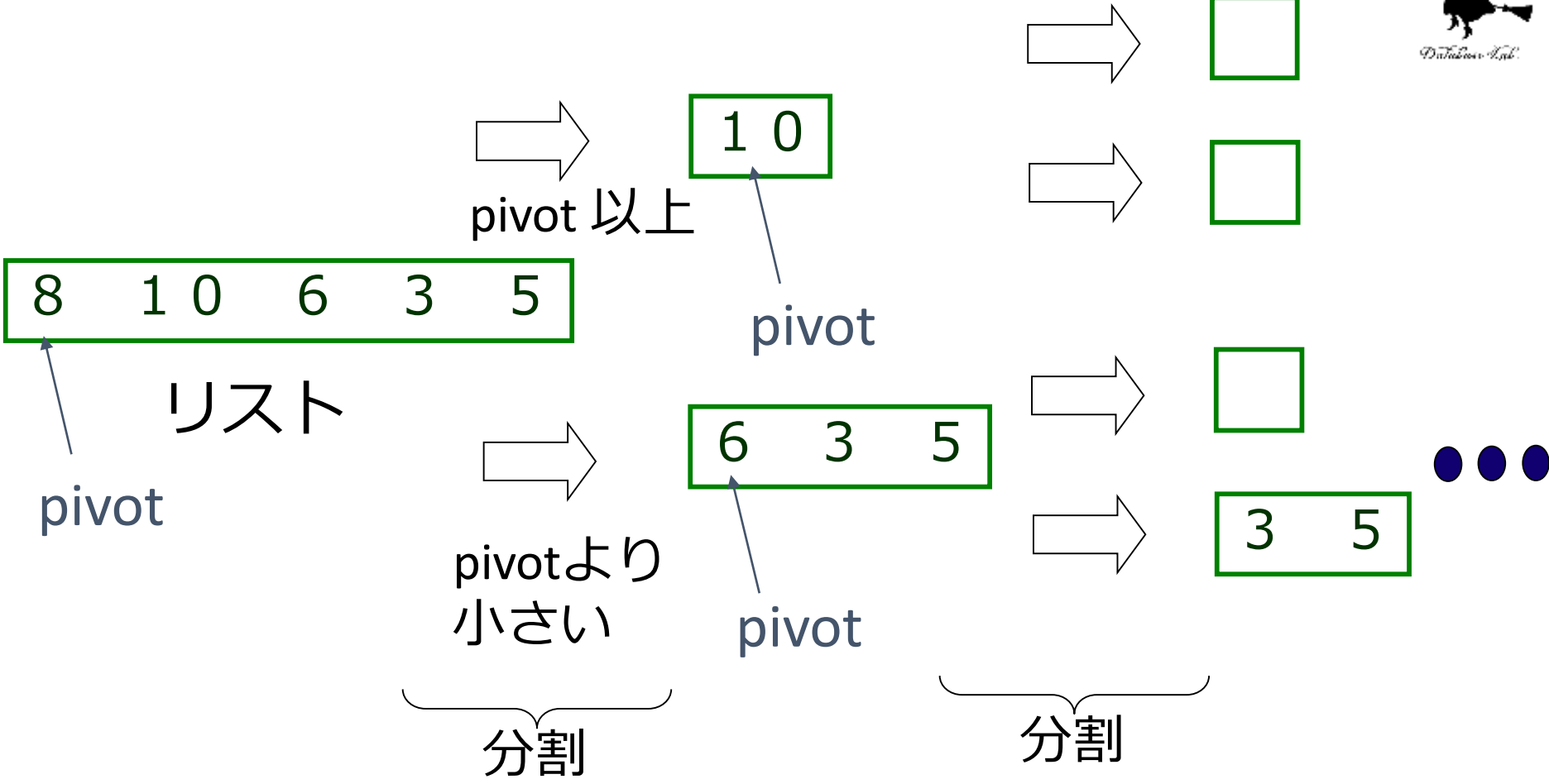


ソートする範囲の中から pivot を選ぶ
（ここでは，リストの先頭要素を pivot として選んでいる）

pivot による要素の分割



要素を1つずつ調べて、pivot より
小さい要素と，より大きい要素を分ける



リストが空になるまで，pivot の選択と，
pivot による要素の分割を続ける

15-2 パソコン演習

パソコン演習の進め方

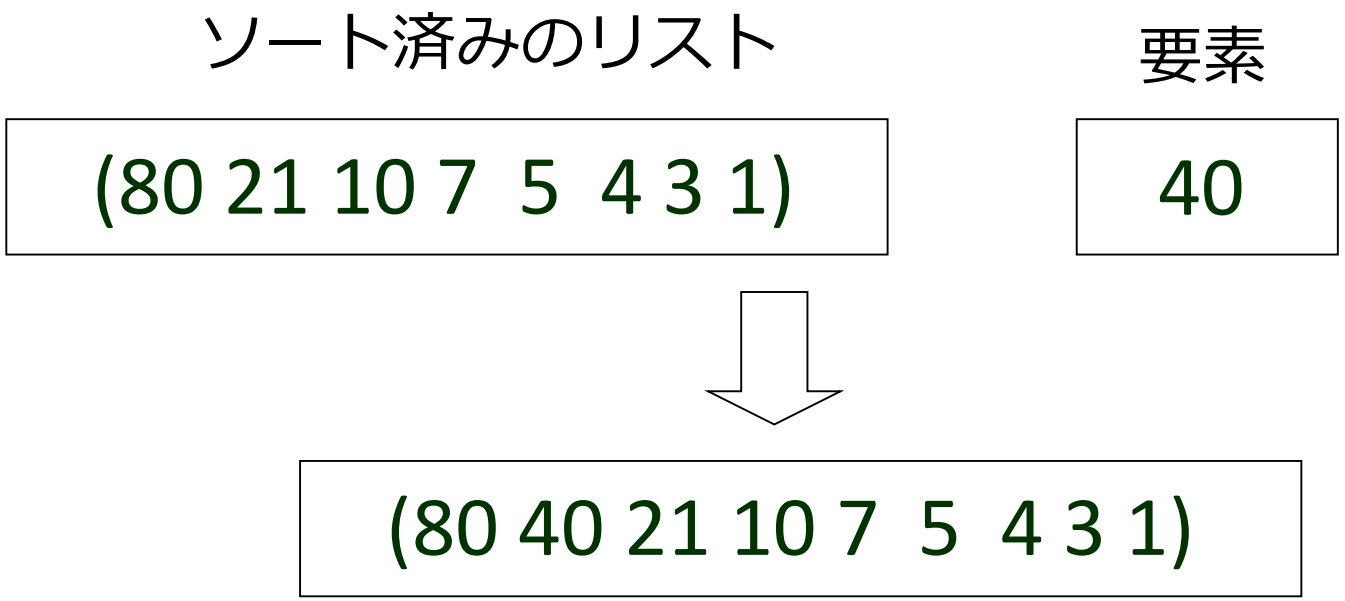
- 資料を見ながら，「例題」を行ってみる
- 各自，「課題」に挑戦する
- 自分のペースで先に進んで構いません

DrScheme の使用

- DrScheme の起動
  プログラム　→ PLT Scheme → DrScheme
- 今日の演習では「Intermediate Student」に設定
  Language
  → Choose Language
  → Intermediate Student
  → Execute ボタン

例題１．要素の挿入

- ソート済みのリストに，要素を挿入する関数 insert を作り，実行する
  - ここでは，要素が大きい順並んでいるものとする
  - 挿入を行うために，cons を使う



「例題１．要素の挿入」の手順

1. 次を「定義用ウインドウ」で，実行しなさい
   - 入力した後に，Execute ボタンを押す

```
(define (insert n alon)
  (cond
    [(empty? alon) (cons n empty)]
    [else (cond
        [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
        [(> (first alon) n)
            (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

2. その後，次を「実行用ウインドウ」で実行しなさい

```
(insert 40 (list 80 21 10 7 5 4))
```

☆　次は，例題２に進んでください

実行結果の例

Untitled – DrScheme

File Edit Windows Show Language Scheme Help

Untitled (define ...) Save Check Syntax Step Execute Break

```
(define (insert n alon)
   (cond
      [(empty? alon) (cons n empty)]
      [else (cond
            [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
            [(> (first alon) n)
                  (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

関数 insert の定義

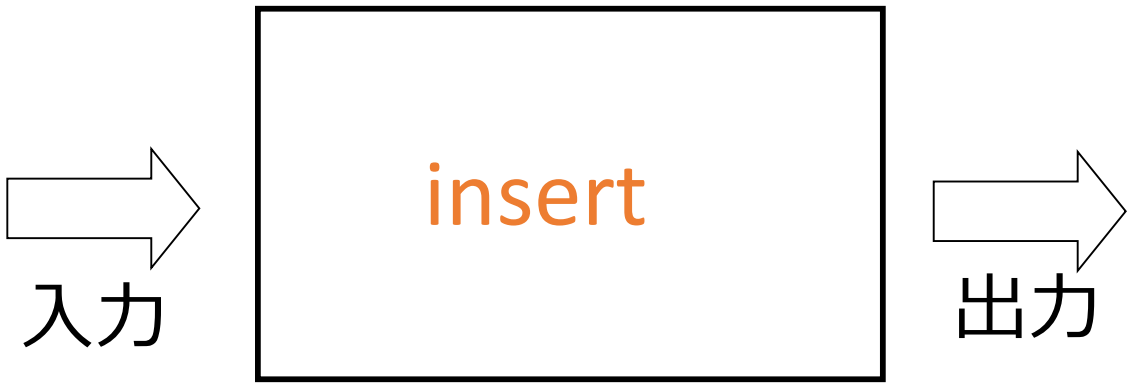
```
Welcome to DrScheme, version 103p1.
Language: Intermediate Student.
> (insert 40 (list 80 21 10 7 5 4))
(list 80 40 21 10 7 5 4)
>
```

実行結果

5:3 Unlocked not running

入力と出力

(list 80 21 10 7 5 4)
40



(list 80 40 21 10 7 5 4)

入力は，ソート済みのリストと数値

出力はソート済みのリスト

```
;; insert: number list-of-numbers->list-of-numbers
;; to create a list of numbers from n and the numbers
;; on alon that is sorted in descending order; alon is
;; already sorted
;; insert: number list-of-numbers(sorted)
;;                        -> list-of-numbers(sorted)
(define (insert n alon)
   (cond
      [(empty? alon) (cons n empty)]
      [else (cond
           [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
           [(> (first alon) n)
                (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

要素の挿入

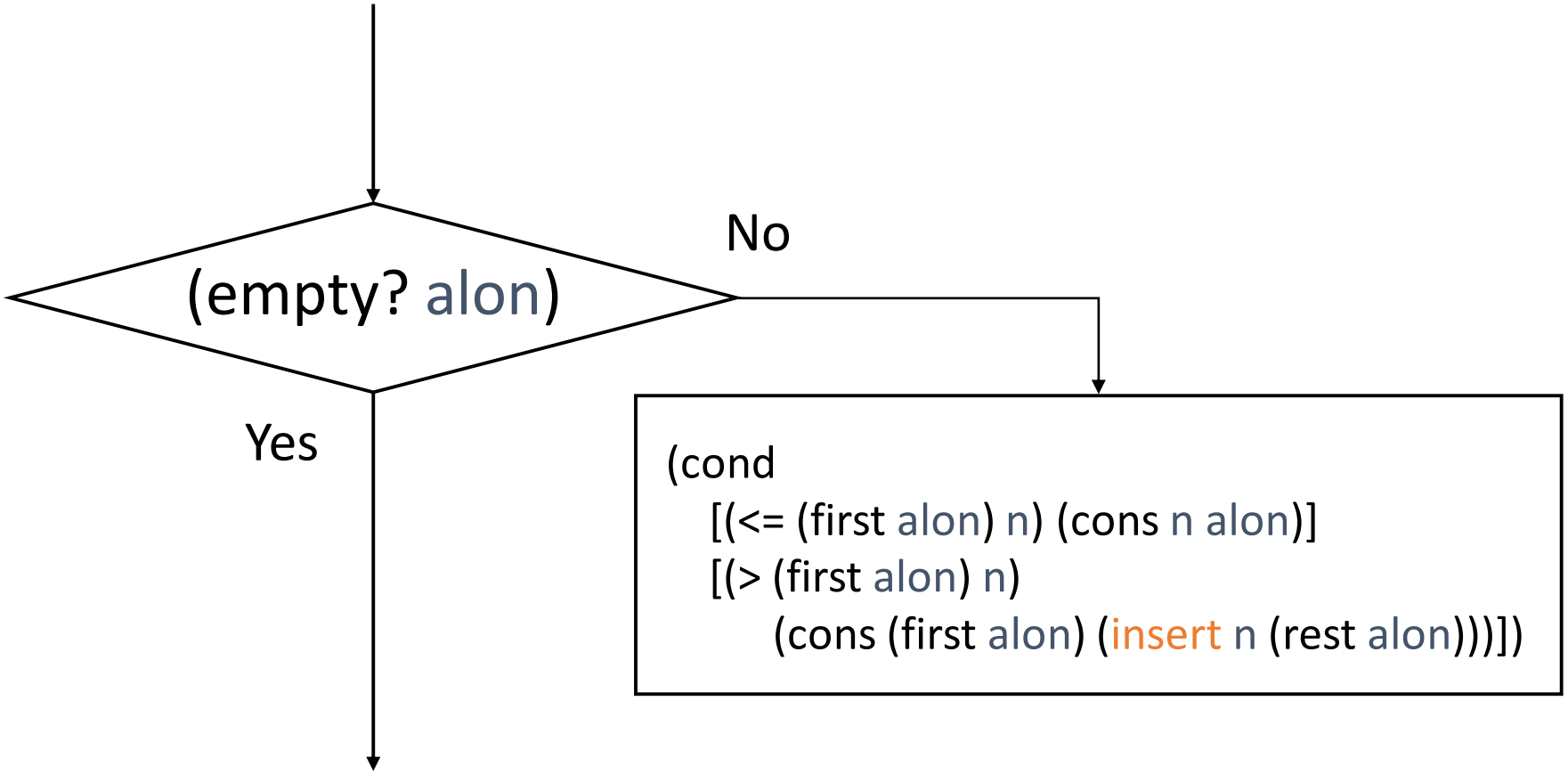
1. リストが空ならば：　　→　終了条件

   (cons n empty)　　→　自明な解

2. そうで無ければ：
   - リストの先頭≦ n　ならば

     (cons n alon)
   - リストの先頭＞n　ならば

     「リストの rest に n を挿入し，その先頭に，元のリストの先頭をつなげたもの」が求める解



(cons n empty) が
自明の解である

要素の挿入

- insert の内部に insert が登場

```
(define (insert n alon)
  (cond
    [(empty? alon) (cons n empty)]
    [else (cond
        [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
        [(> (first alon) n)
            (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

- insert の実行が繰り返される

例： (insert 40 (list 80 21 10 7 5 4))

= (cons 80 (insert 40 (list 21 10 7 5 4)))

(insert 40 (list 80 21 10 7 5 4)) から (list 80 40 21 10 7 5 4)) が得られる過程の概略

(insert 40 (list 80 21 10 7 5 4))

= …

= (cons 80 (insert 40 (rest (list 80 21 10 7 5 4))))

= (cons 80 (insert 40 (list 21 10 7 5 4)))

= …

= (cons 80 (cons 40 (list 21 10 7 5 4)))

= (list 80 40 21 10 7 5 4)

(insert 40 (list 80 21 10 7 5 4)) から (list 80 40 21 10 7 5 4)) が得られる過程の概略

(insert 40 (list 80 21 10 7 5 4))

= …

= (cons 80 (insert 40 (rest (list 80 21 10 7 5 4))))

= (cons 80 (insert 40 (list 21 10 7 5 4)))

=

=

=

これは,

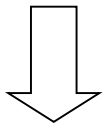
```
(define (insert n alon)
  (cond
    [(empty? alon) (cons n empty)]
    [else (cond
        [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
        [(> (first alon) n)
            (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

の alon を (list 80 21 10 7 5 4) で，n を 40 で置き換えたもの

例題２．インサーションソート

- 例題１の insert を使って，リストをソートする関数 sort を作り実行する
  - ここでは，大きい順にソートする

(list 1 3 5 7 10 21 4 80)



(list 80 21 10 7 5 4 3 1)

「例題２．インサーションソート」の手順

1. 次を「定義用ウインドウ」で，実行しなさい
   - 入力した後に，Execute ボタンを押す

```
;; sort: list-of-numbers -> list-of-numbers
(define (sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else (insert (first alon) (sort (rest alon)))]))
(define (insert n alon)
  (cond
    [(empty? alon) (cons n empty)]
    [else (cond
        [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
        [(> (first alon) n)
            (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

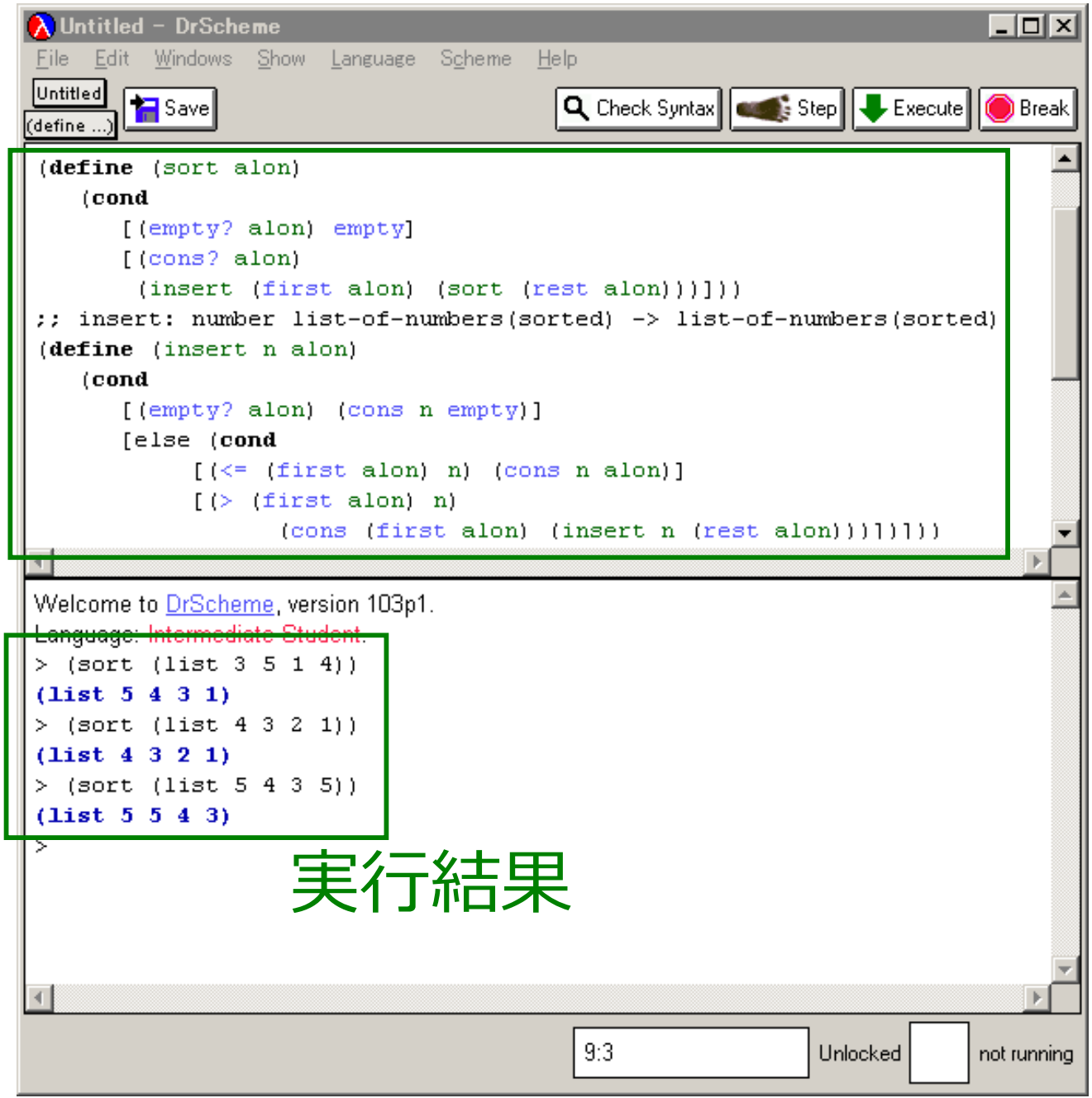
← 例題１と同じ

2. その後，次を「実行用ウインドウ」で実行しなさい

```
(sort (list 3 5 1 4))
```

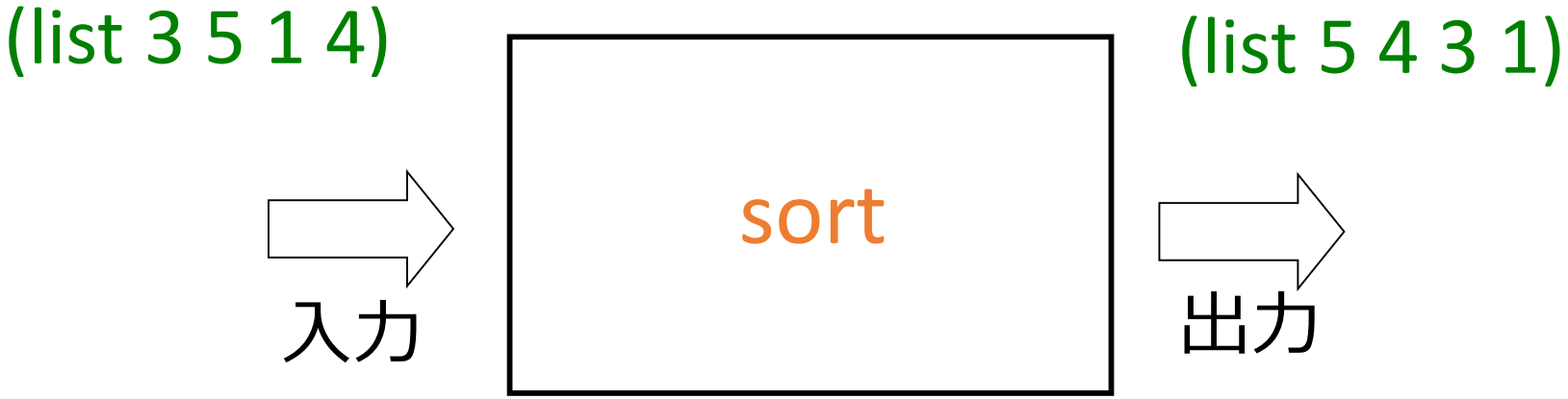
☆　次は，例題３に進んでください

実行結果の例


Untitled – DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled
(define ...)
Save
Check Syntax
Step
Execute
Break
(define (sort alon)
(cond
[(empty? alon) empty]
[(cons? alon)
(insert (first alon) (sort (rest alon)))]))
;; insert: number list-of-numbers(sorted) -> list-of-numbers(sorted)
(define (insert n alon)
(cond
[(empty? alon) (cons n empty)]
[else (cond
[(<= (first alon) n) (cons n alon)]
[(> (first alon) n)
(cons (first alon) (insert n (rest alon)))]))]))
Welcome to DrScheme, version 103p1.
Language: Intermediate Student.
> (sort (list 3 5 1 4))
(list 5 4 3 1)
> (sort (list 4 3 2 1))
(list 4 3 2 1)
> (sort (list 5 4 3 5))
(list 5 5 4 3)
>
9:3
Unlocked
not running

実行結果

入力と出力



入力はリスト

出力はソート済みのリスト

```
;; sort: list-of-numbers -> list-of-numbers
(define (sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else (insert (first alon) (sort (rest alon)))]))
;; insert: number list-of-numbers(sorted) -> list-of-numbers(sorted)
(define (insert n alon)
  (cond
    [(empty? alon) (cons n empty)]
    [else (cond
        [(<= (first alon) n) (cons n alon)]
        [(> (first alon) n)
            (cons (first alon) (insert n (rest alon)))])]))
```

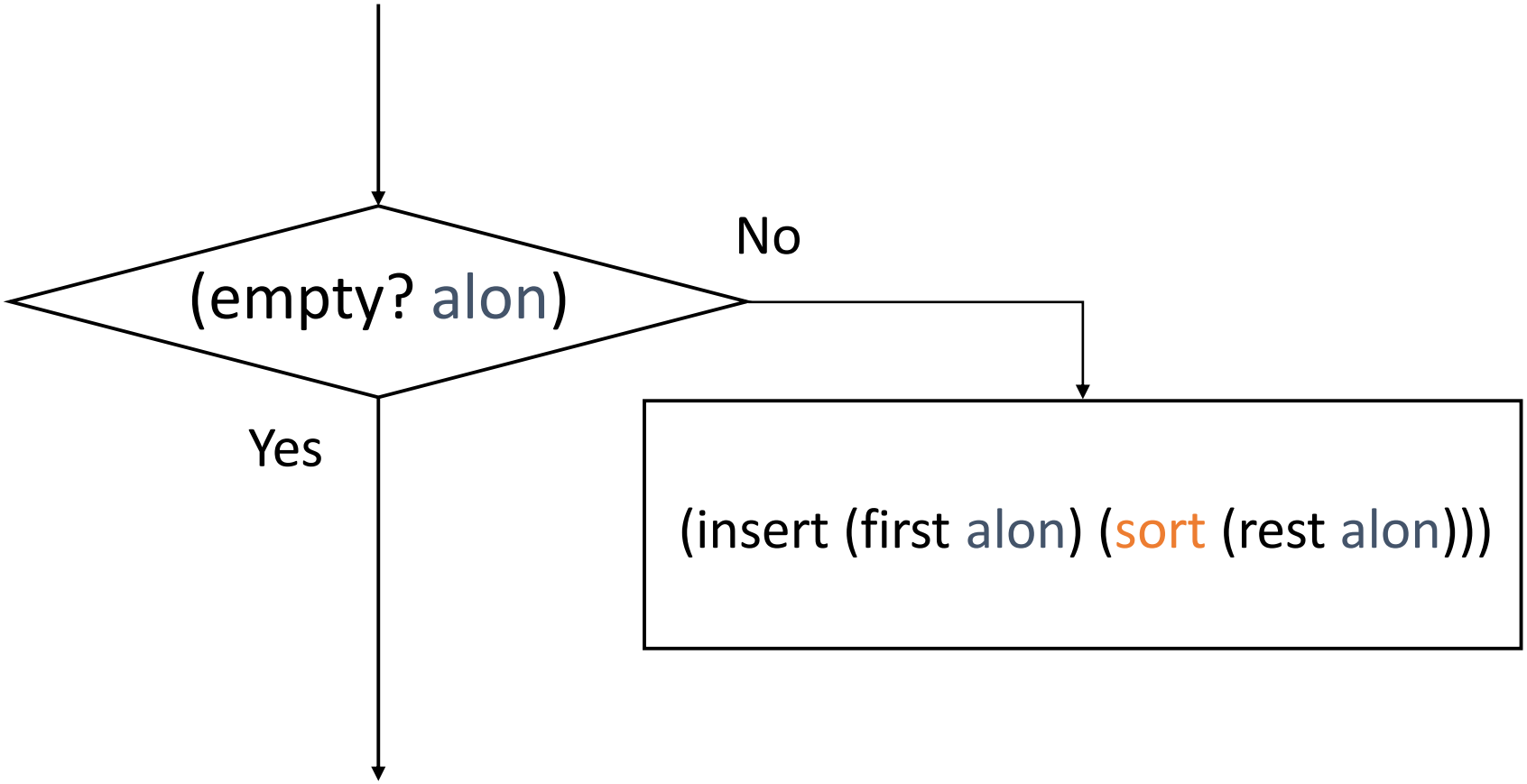
インサーションソート

1. リストが空ならば：　　→　終了条件

   empty　　→　自明な解

2. そうで無ければ：

   「リストの rest をソートしたリストに対して，その先頭要素を挿入したもの」が求める解



empty が自明の解である

インサーションソート

- sort の内部に sort が登場

```
(define (sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else (insert (first alon) (sort (rest alon)))]))
```

- sort の実行が繰り返される

  例： (sort (list 3 5 1 4))

  = (insert 3 (sort (list 5 1 4)))

(sort (list 3 5 1 4)) から (list 5 4 3 1)) が得られる過程の概略 (1/2)

(sort (list 3 5 1 4))
= …
= (insert 3 (sort (rest (list 3 5 1 4))))
= (insert 3 (sort (list 5 1 4)))
= …
= (insert 3 (insert 5 (sort (rest (list 5 1 4)))))
= (insert 3 (insert 5 (sort (list 1 4))))
= …
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (sort (rest (list 1 4))))))
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (sort (list 4)))))
= …
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 (sort (rest (list 4)))))))
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 (sort empty)))))
= …
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 empty))))

次ページへ

(sort (list 3 5 1 4)) から (list 5 4 3 1)) が得られる過程の概略 (1/2)

(sort (list 3 5 1 4))
= …
= (insert 3 (sort (rest (list 3 5 1 4))))
= (insert 3 (sort (list 5 1 4)))
=

これは,

```
(define (sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else (insert (first alon) (sort (rest alon)))]))
```

の alon を (list 3 5 1 4) で置き換えたもの

= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 (sort (rest (list 4)))))))
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 (sort empty)))))
= …
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 empty))))

次ページへ

(sort (list 3 5 1 4)) から (list 5 4 3 1)) が得られる過程の概略 (2/2)

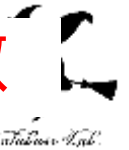
= (insert 3 (insert 5 (insert 1 (insert 4 empty))))
= …
= (insert 3 (insert 5 (cons 4 (insert 1 (rest (list 4))))))
= (insert 3 (insert 5 (cons 4 (insert 1 empty))))
= …
= (insert 3 (insert 5 (cons 4 (cons 1 empty))))
= …
= (insert 3 (cons 5 (list 4 1)))
= …
= (cons 5 (insert 3 (list 4 1)))
= …
= (cons 5 (cons 4 (insert 3 (list 1)))
= …
= (cons 5 (cons 4 (cons 3 (list 1)))
= (list 5 4 3 1)

ここまでのまとめ

- リストを出力とするような関数
  - 要素の挿入
  - インサーションソート

どれも　cons を使用.

例題３．インサーションソートでの繰り返し回数



- インサーションソートについて，ステップ実行を行い，繰り返し回数を数えてみる
  - sort の実行回数はいくらか
  - insert の実行回数はいくらか

- インサーションソートでの sort 関数の実行回数

リストの要素数を n とすると

n+1 回

例　n=3 のとき）

(sort (list 80 30 50))

= (insert 80 (sort (list 30 50)))

= (insert 80 (insert 30 (sort (list 50))))

= (insert 80 (insert 30 (insert 50 (sort empty))))

- インサーションソートでの insert 関数の実行回数

リストの要素数を n とすると

最小 n 回，最大 n(n+1)/2 回

例　n=3 のとき）

sort □ □ □

→insert □　　sort □ □　　1,2,3回

→　　insert □　　sort □　　1,2回

→　　insert □ sort　　1回

insert では，内部で　insert が再帰的に呼び出される

- １つめの insert では，0, 1, または 2回
- ２つめの insert では，0, または 1回
- ３つめの insert では，0 回

何回になるかは
データの並びで変わる

- インサーションソートでの insert 関数の実行回数（平均）

リストの要素数を n とすると

$1 + 1.5 + 2 + \cdots + (n+1)/2$ 回 $= n^2/4 + 3n/4$

例　n=3 のとき）

sort □ □ □
→insert □　　sort □ □　　1,2,3回
→　　insert □　　sort □　1,2回
→　　insert □ sort　　1回

insert では，内部で　insert が再帰的に呼び出される
- 1 つめの insert では，0, 1, または 2回　：平均 1 回
- 2 つめの insert では，0, または 1回　　：平均 0.5 回
- 3 つめの insert では，0 回　　：平均 0 回

- インサーションソートでの sort 関数の実行回数

リストの要素数を n とすると

n+1 回

例　n=3 のとき）

(sort (list 80 30 50))

= (insert 80 (sort (list 30 50)))

= (insert 80 (insert 30 (sort (list 50))))

= (insert 80 (insert 30 (insert 50 (sort empty))))

sort の実行回数（平均）

$n \to \infty$　では

$n^2/4 + 3n/4 \quad \to n^2/4$

- 計算に要する時間は，n^2 に比例する
- 3n/4 の項は無視できる
- $n^2/4$ のうち「/4」の部分が意味があるのは
  - insert の実行時間が，実際に何秒であるかが分かる場合に限る

3n/4 の項は無視できる

n	$n^2/4$	3n/4
1	0.25	0.75
2	1	1.5
5	6.25	3.75
10	25	7.5
100	2500	75
1000	250000	750
10000	25000000	7500

例題４．append

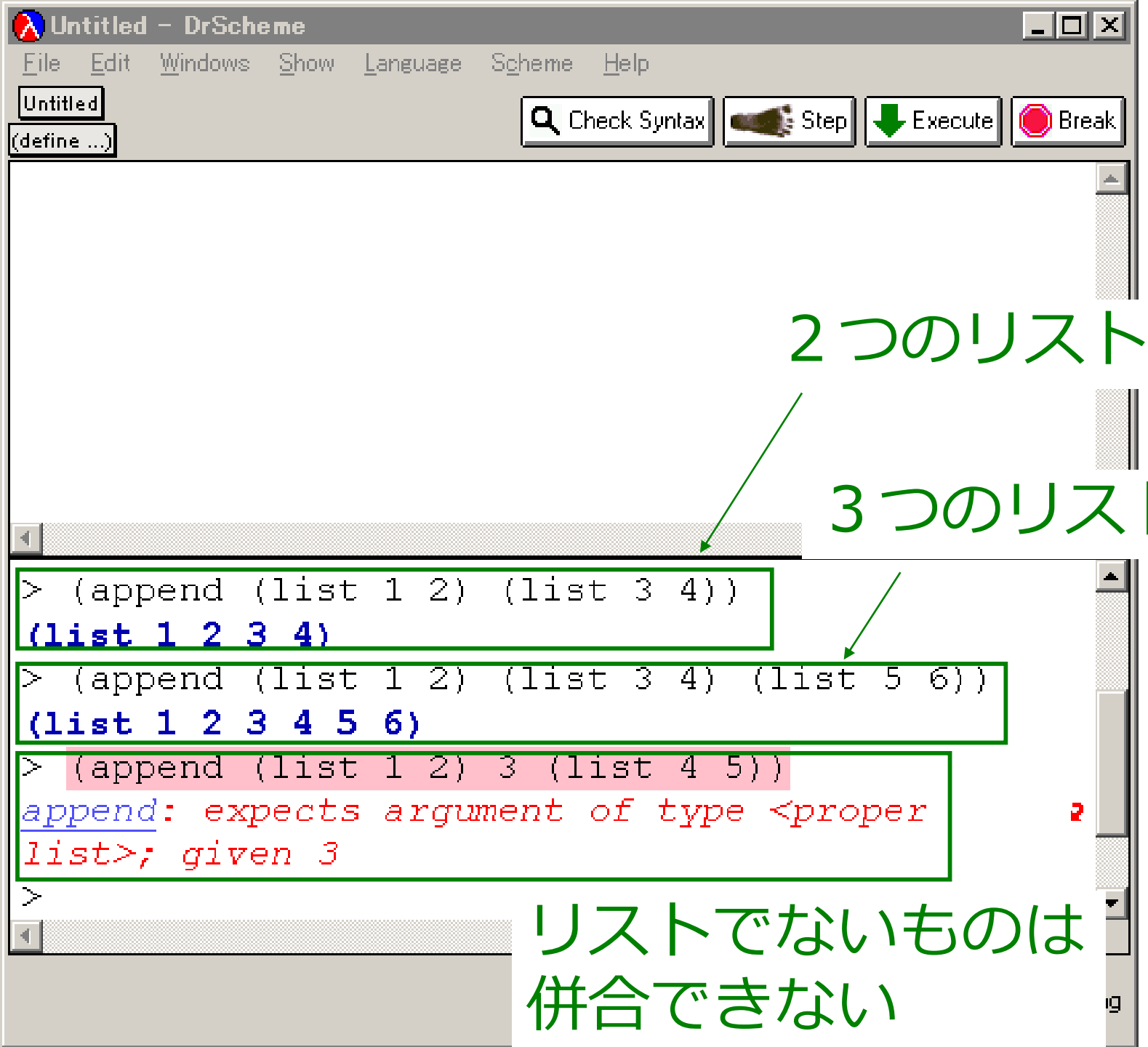
- リストをつなげる関数 append を使ってみる
  - append は Scheme が備えている関数

「例題４．append」の手順

1. 次の式を「実行用ウインドウ」で，実行しな

```
(append (list 1 2) (list 3 4))
(append (list 1 2) (list 3 4) (list 5 6))
(append (list 1 2) 3 (list 4 5))
```

☆　次は，例題５に進んでください



2つのリストを併合

3つのリストを併合

リストでないものは
併合できない

例題５．大きな要素の選択

- 数値のリスト alon と，数 threshold を入力として，alon から threshold 以上の数を選んで，リストを出力する関数 larger-items を作り，実行する
  - リストの要素を１つずつ調べる

「例題５．大きな要素の選択」の手順

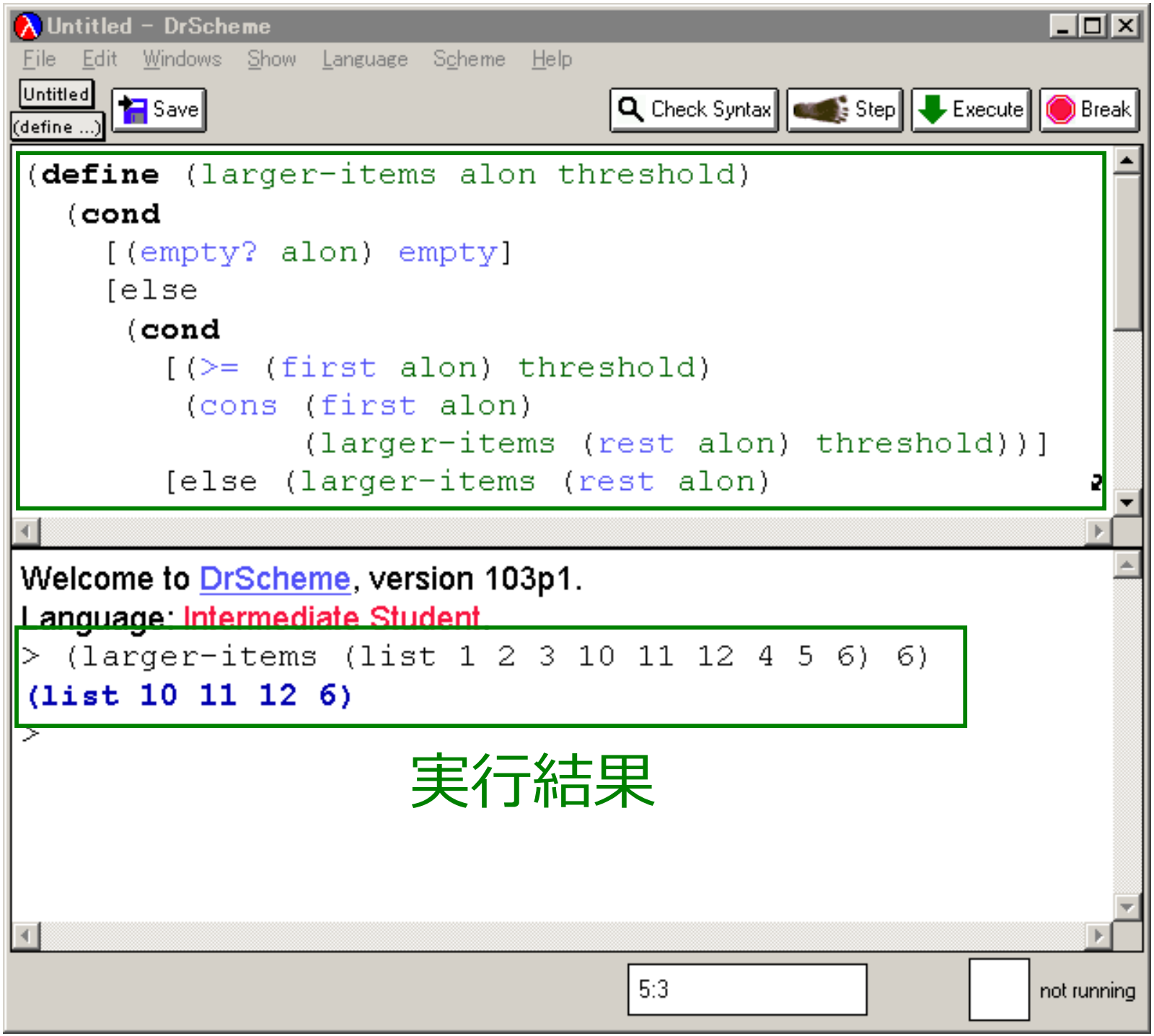
1. 次を「定義用ウインドウ」で，実行しなさい
   - 入力した後に，Executeボタンを押す

```
(define (larger-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(>= (first alon) threshold)
          (cons (first alon)
                (larger-items (rest alon) threshold))]
        [else (larger-items (rest alon) threshold)])]))
```

2. その後，次を「実行用ウインドウ」で実行しなさい

```
(larger-items (list 1 2 3 10 11 12 4 5 6) 6)
```

☆　次は，例題６に進んでください


Untitled – DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled
(define ...)
Save
Check Syntax
Step
Execute
Break
(define (larger-items alon threshold)
(cond
[(empty? alon) empty]
[else
(cond
[(>= (first alon) threshold)
(cons (first alon)
(larger-items (rest alon) threshold))]
[else (larger-items (rest alon)
Welcome to DrScheme, version 103p1.
Language: Intermediate Student
> (larger-items (list 1 2 3 10 11 12 4 5 6) 6)
(list 10 11 12 6)
>
5:3
not running

実行結果

larger-iterms の入力と出力

alon の値：

(list 1 2 3 10 11 12 4 5 6)

threshold の値:

6

入力はリストと数値

出力はリスト

```
;;larger-items: list-of-numbers number -> list-of-numbers
;; alon から threshold 以上の数を選びリストを作る
(define (larger-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(>= (first alon) threshold)
          (cons (first alon)
                (larger-items (rest alon) threshold))]
        [else (larger-items (rest alon) threshold)])]))
```

大きな要素の選択

1. リストが空ならば：　　→　終了条件

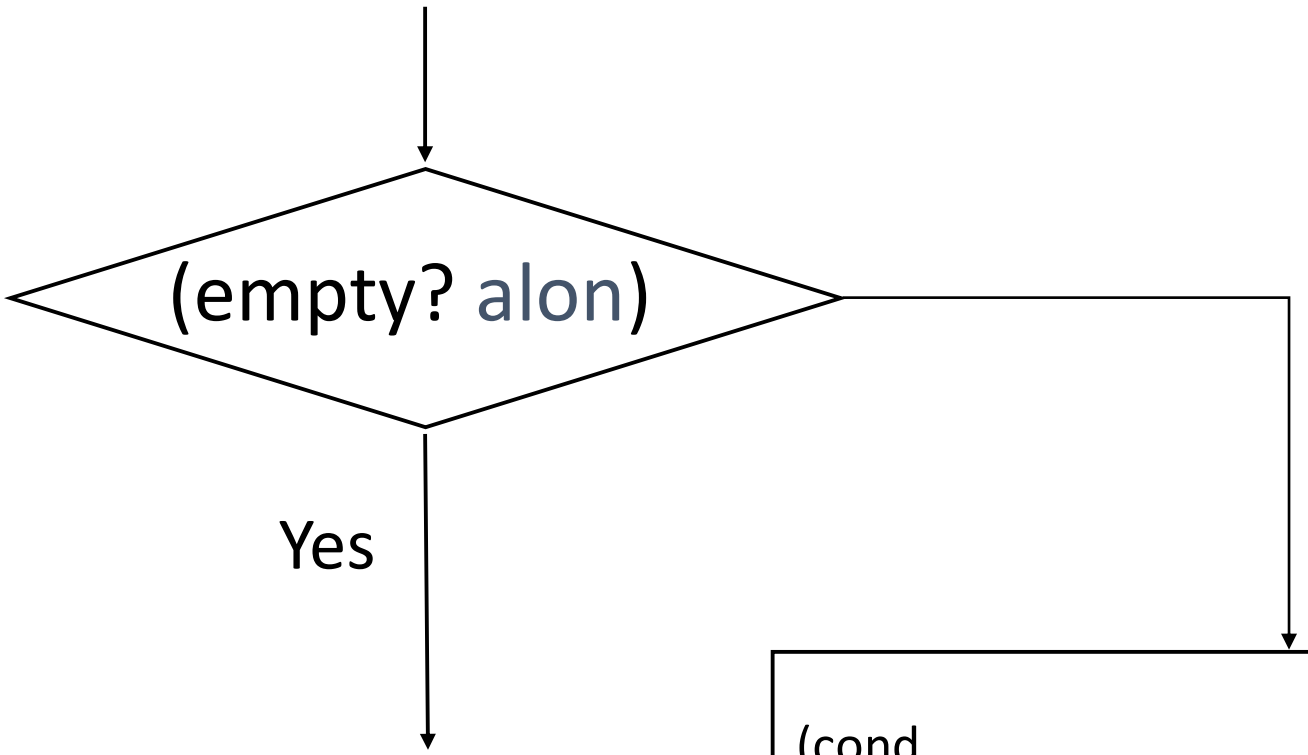
   empty　　→　自明な解

2. そうで無ければ：

   a. リストの first ≧ threshold
      「リストの rest に対する larger-items の結果（リスト）の先頭に，リストの first（数値）をつなげたもの」　が求める解

   b. リストの first ＜ threshold
      「リストの rest に対する larger-items の結果」　が求める解

繰り返し処理




```
(cond
   [(>= (first alon) threshold)
    (cons (first alon)
          (larger-items (rest alon) threshold))]
   [else (larger-items (rest alon) threshold)])
```

繰り返し処理

- larger-items の内部に larger-items が登場

終了条件

```
(define (larger-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(>= (first alon) threshold)
          (cons (first alon)
                (larger-items (rest alon) threshold))]
        [else (larger-items (rest alon) threshold)])]))
```

自明な解

- larger-items の実行が繰り返される

例： (larger-items (list 6 4 2) 3)

= (cons 6 (larger-items (list 4 2) 3))

(larger-items (list 6 2 4) 3) から (list 6 4) が得られる過程の概略

(larger-items (list 6 2 4) 3)

= …

= (cons 6 (larger-items (list 2 4) 3))

= ...

= (cons 6 (larger-items (list 4) 3))

= ...

= (cons 6 (cons 4 (larger-items empty 3)))

= ...

= (cons 6 (cons 4 empty))

= (list 6 4)

(larger-items (list 6 2 4) 3) から (list 6 4) が得られる過程の概略

(larger-items (list 6 2 4) 3)

= …

= (cons 6 (larger-items (list 2 4) 3))

= …

=

=

=

=

=

=

これは,

```
(define (larger-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(>= (first alon) threshold)
         (cons (first alon)
               (larger-items (rest alon) threshold))]
        [else (larger-items (rest alon) threshold)])]))
```

の alon を (list 6 2 4) で，threshold を 3 で置き換えたもの

例題６．小さな要素の選択

- 数値のリスト alon と，数 threshold を入力として，alon から threshold より小さな数を選んで，リストを出力するプログラム smaller-items を作り，実行する
  - リストの要素を１つずつ調べる

「例題６．小さな要素の選択」の手順

1. 次を「定義用ウインドウ」で，実行しなさい
   - 入力した後に，Executeボタンを押す

```
(define (smaller-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(< (first alon) threshold)
          (cons (first alon)
                (smaller-items (rest alon) threshold))]
        [else (smaller-items (rest alon) threshold)])]))
```

2. その後，次を「実行用ウインドウ」で実行しなさい

```
(smaller-items (list 1 2 3 10 11 12 4 5 6) 6)
```

☆　次は，例題７に進んでください

実行結果の例

Untitled – DrScheme

File Edit Show Language Scheme Windows Help

Untitled (define ...) Save Check Syntax Execute Break

```
      [(< (first alon) threshold)
                  (cons (first alon) (smaller-items (rest
alon) threshold))]
      [else (smaller-items (rest alon) threshold)])))
```

```
> (smaller-items (list 1 2 3 10 11 12 4 5 6) 6)
(list 1 2 3 4 5)
> (smaller-items (list 1 2 3 10 11 12 4 5 6) 2)
(list 1)
>
```

8:3 Read/Write not running

```
;; smaller-items: list-of-numbers number -> list-of-numbers
;; alon から threshold より小さな数を選びリストを作る
(define (smaller-items alon threshold)
    (cond
        [(empty? alon) empty]
        [else
            (cond
                [(< (first alon) threshold)
                 (cons (first alon)
                              (smaller-items (rest alon) threshold))]
                [else (smaller-items (rest alon) threshold)])]))
```

例題７．クイックソート

- 数値のリスト alon をソートするための，クイックソートのプログラム quick-sort を作り，実行する
  - 例題５の関数 larger-items と，例題６の関数 smaller-items を使う
  - クイックソートの pivot（基準値）としては，リストの先頭要素を使う
  - ２つのリストと pivot をつなげて，全体として１つのリストを作るために append を使う

「例題７．クイックソート」の手順 (1/2)

1. 次を「定義用ウインドウ」で，実行しなさい

```
(define (larger-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(>= (first alon) threshold)
             (cons (first alon)
               (larger-items (rest alon) threshold))]
        [else (larger-items (rest alon) threshold)])]))
```

例題４と同じ

```
(define (smaller-items alon threshold)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (cond
        [(< (first alon) threshold)
             (cons (first alon)
               (smaller-items (rest alon) threshold))]
        [else (smaller-items (rest alon) threshold)])]))
```

例題５と同じ

```
;; quick-sort : list-of-numbers -> list-of-numbers
(define (quick-sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
     (append
       (quick-sort (smaller-items (rest alon) (first alon)))
       (list (first alon))
       (quick-sort (larger-items (rest alon) (first alon))))]))
```

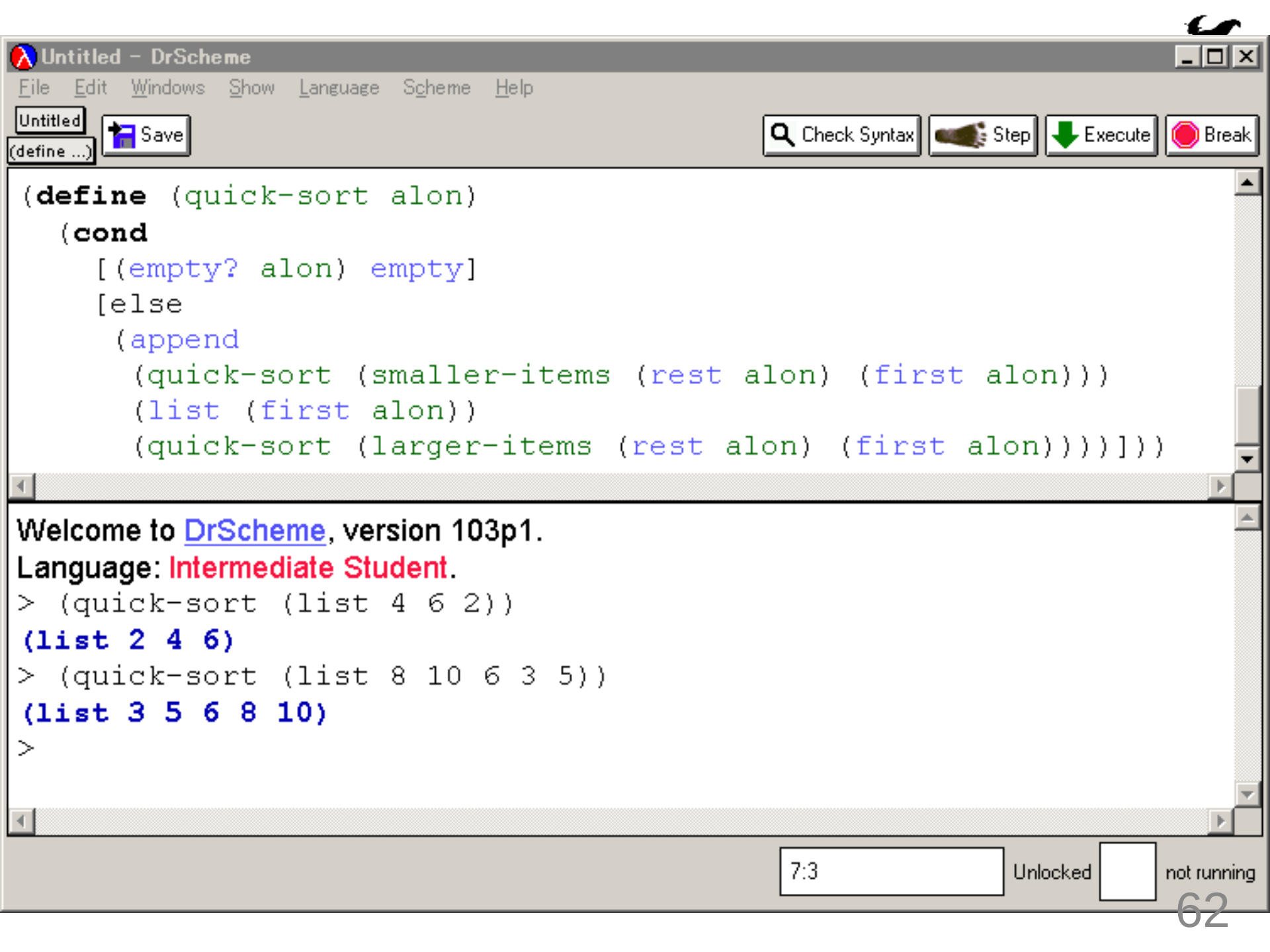
- 入力した後に，Executeボタンを押す

「例題７．クイックソート」の手順 (2/2)

2. その後，次を「実行用ウインドウ」で実行しなさい

```
(quick-sort (list 4 6 2))
(quick-sort (list 8 10 6 3 5))
```

☆　次は，課題に進んでください


Untitled - DrScheme
File Edit Windows Show Language Scheme Help
Untitled
(define ...)
Save
Check Syntax
Step
Execute
Break
(define (quick-sort alon)
(cond
[(empty? alon) empty]
[else
(append
(quick-sort (smaller-items (rest alon) (first alon)))
(list (first alon))
(quick-sort (larger-items (rest alon) (first alon)))))]))
Welcome to DrScheme, version 103p1.
Language: Intermediate Student.
> (quick-sort (list 4 6 2))
(list 2 4 6)
> (quick-sort (list 8 10 6 3 5))
(list 3 5 6 8 10)
>
7:3
Unlocked
not running

quick-sort の入力と出力

alon の値：

(list 4 6 2)

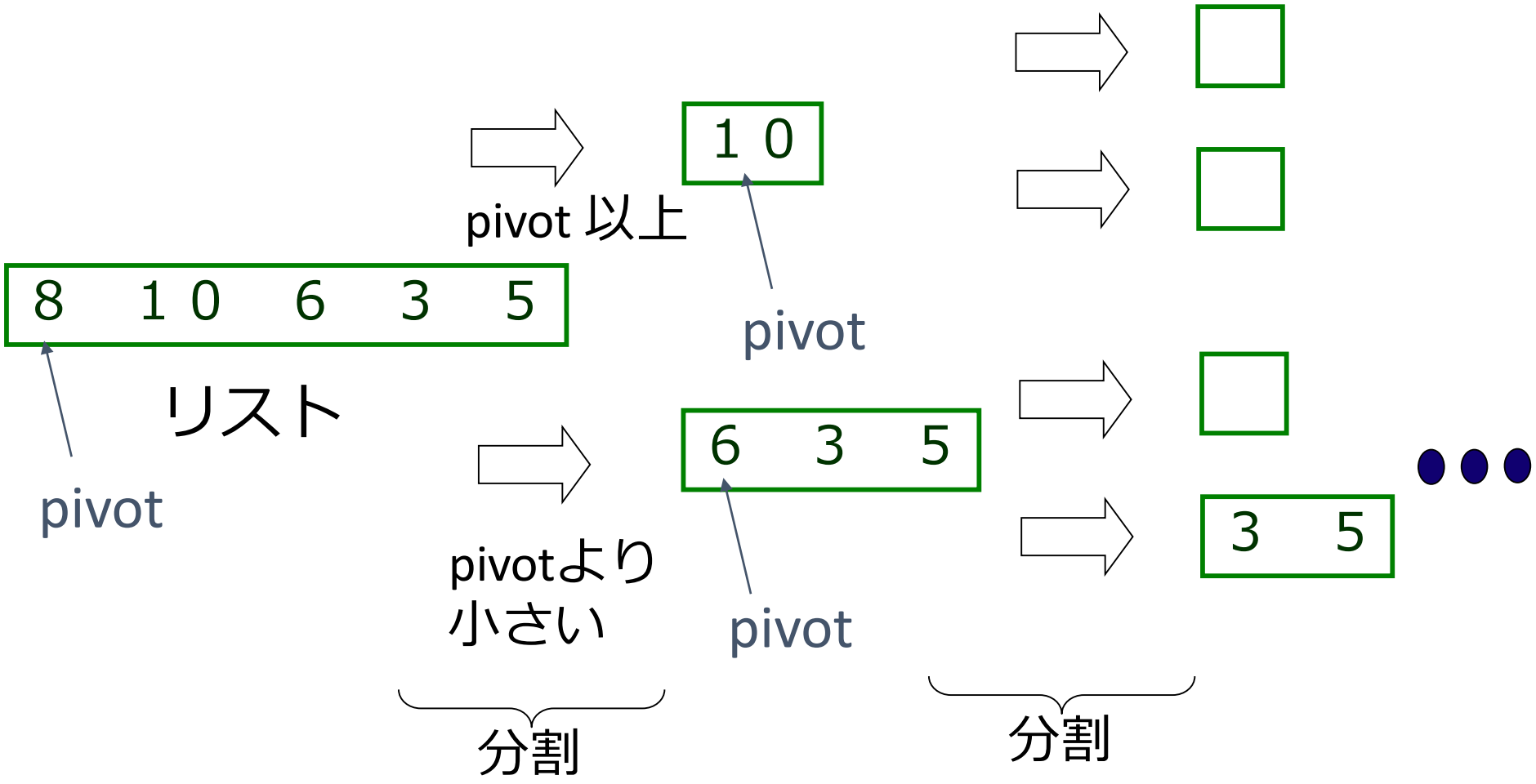
入力はリスト

出力はリスト

クイックソートのプログラム

```
;; quick-sort : list-of-numbers -> list-of-numbers
(define (quick-sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
      (append
        (quick-sort (smaller-items (rest alon) (first alon)))
        (list (first alon))
        (quick-sort (larger-items (rest alon) (first alon))))]))
```

クイックソートの考え方



リストが空になるまで，pivot の選択と，
pivot による要素の分割を続ける

「クイックソートのプログラム」の理解のポイント

- 繰り返しの終了条件
  - 入力が空（empty）である
- 入力は１つ
  - ソートすべきリスト: alon

クイックソートの繰り返し処理

1. empty ならば：　→　終了条件

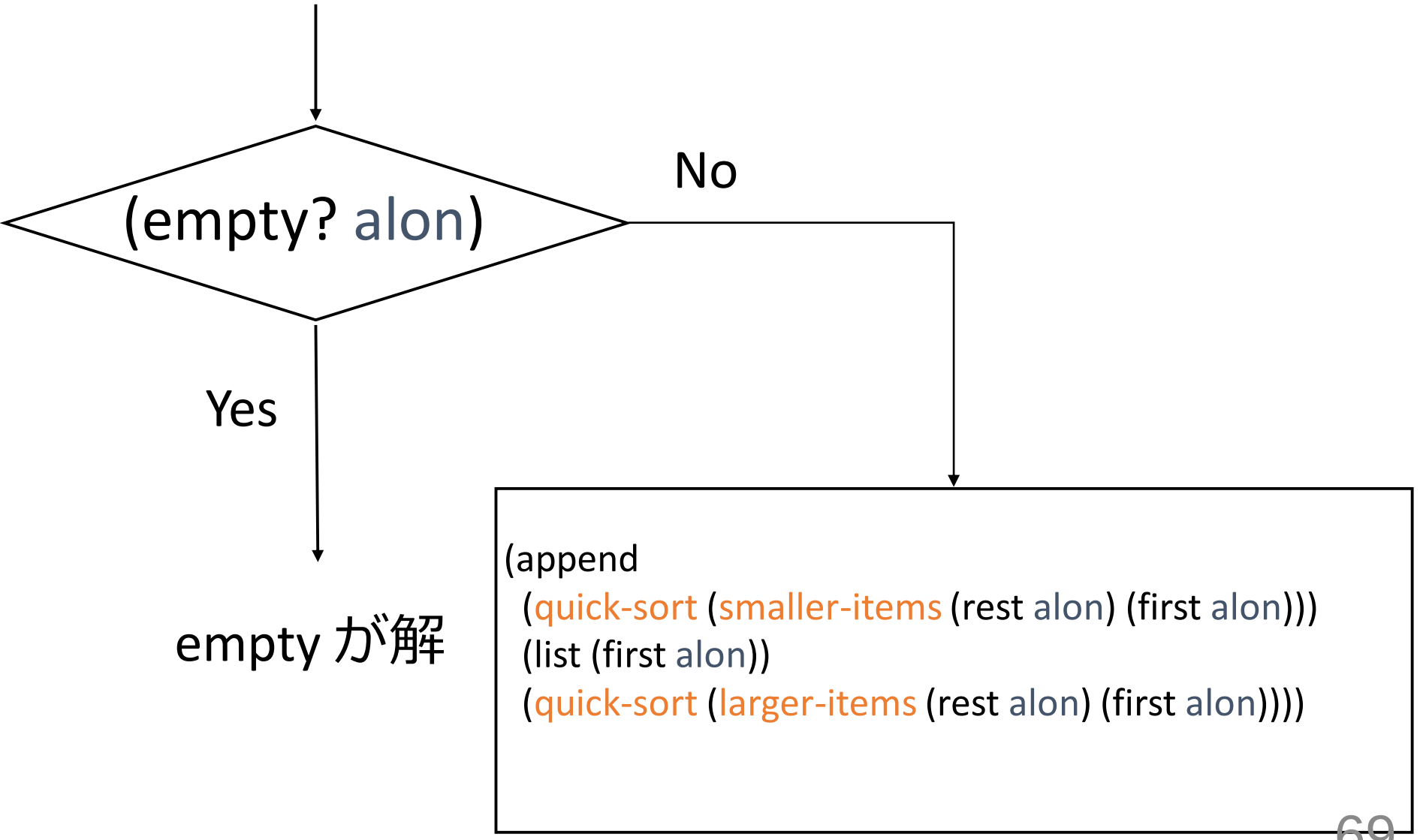
   empty　→　自明な解

2. そうで無ければ：
   - リストの分割を行う
   - 結局，「リストが空になる」まで繰り返す

クイックソートの終了条件

- pivot による要素の分割で、smaller-items, larger-items は，入力（リスト）よりも小さなリストを生成する
- smaller-items, larger-items 内で呼び出される quick-sort は，元の入力よりも小さなリストを扱う
- 最終的に，quick-sort は空リスト（empty）を受け取る

繰り返し処理


(empty? alon)
No
Yes
empty が解
(append
(quick-sort (smaller-items (rest alon) (first alon)))
(list (first alon))
(quick-sort (larger-items (rest alon) (first alon))))

繰り返し処理

- quick-sort の内部に quick-sort が登場

```
(define (quick-sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
     (append
       (quick-sort (smaller-items (rest alon) (first alon)))
       (list (first alon))
       (quick-sort (larger-items (rest alon) (first alon))))]))
```

終了条件

自明な解

- quick-sort の実行が繰り返される

(quick-sort (list 6 2 4)) からの過程

(quick-sort (list 6 2 4))

= …

= (append

(quick-sort (smaller-items (rest (list 6 2 4)) (first (list 6 2 4))))

(list (first (list 6 2 4)))

(quick-sort (larger-items (rest (list 6 2 4)) (first (list 6 2 4)))))])

要するに、３つのリスト

(quick-sort (smaller-items (list 2 4) 6)　→ 6 以上

(list 6)　→ (list 6)

(quick-sort (larger-items (list 2 4) 6)　→ 6 未満

に分割されている

部分問題の例

- 休暇旅行の旅程（家から旅先のホテルまで）
  - 家→空港
  - 空港→旅先の空港
  - 旅先の空港→ホテル

クイックソートの部分問題

1. 「基準値より大きい要素」のソート
2. 「基準値より小さい要素」のソート

分割統治法 (divide and conquer)

- サイズNの問題を解くのに、サイズが約N/2の部分問題2つに分けて、それぞれを再帰的に解き、その後でその2つの解を合わせて目的の解を得る

例題８．クイックソート

- AddressNote 構造体のリストをソートするための，クイックソートのプログラム quick-sort を作り，実行する
  - 名前の順でソートする
  - クイックソートの pivot（基準値）としては，リストの先頭要素を使う
  - ２つのリストと pivot をつなげて，全体として１つのリストを作るために append を使う

```
;;larger-items: list of address-note, number -> listof numbers
;; a-list から threshold 以上の数を選びリストを作る
(define (larger-items a-list threshold)
  (cond
    [(empty? a-list) empty]
    [else
      (cond
        [(string>=? (address-record-name (first a-list))
threshold)
          (cons (first a-list)
                (larger-items (rest a-list) threshold))]
        [else (larger-items (rest a-list) threshold)])]))
```

```
;; smaller-items: list of data, number -> listof numbers
;; a-list から threshold より小さな数を選びリストを作る
(define (smaller-items a-list threshold)
  (cond
    [(empty? a-list) empty]
    [else
      (cond
        [(string<? (address-record-name (first a-list))
threshold)
          (cons (first a-list)
                (smaller-items (rest a-list) threshold))]
        [else (smaller-items (rest a-list) threshold)])]))
```

クイックソートのプログラム

```
;; quick-sort : list of data -> list of numbers
(define (quick-sort a-list)
  (cond
    [(empty? a-list) empty]
    [else
      (append
        (quick-sort (smaller-items (rest a-list)
                                   (address-record-name (first a-list))))
        (list (first a-list))
        (quick-sort (larger-items (rest a-list)
                                  (address-record-name (first a-
  list)))))]))
```

(quick-sort book) からの過程の概略

```
(quick-sort book)
= (quick-sort (list
                (make-address-record "Mike" 10 "Fukuoka")
                (make-address-record "Bill" 20 "Saga")
                (make-address-record "Ken" 30 "Nagasaki")))
= ...
= (append
      (quick-sort (smaller-items
                    (list
                     (make-address-record "Bill" 20 "Saga")
                     (make-address-record "Ken" 30 "Nagasaki"))
                    "Mike"))
      (list (make-address-record "Mike" 10 "Fukuoka"))
      (quick-sort (larger-items
                    (list
                     (make-address-record "Bill" 20 "Saga")
                     (make-address-record "Ken" 30 "Nagasaki"))
                    "Mike"))
```

15-3 課題

課題 1

- 関数 quick-sort （授業の例題５）についての問題
  - (quick-sort (list 8 10 6 3 5)) から (list 3 5 6 8 10) が得られる過程の概略を数行程度で説明しなさい

```
;; quick-sort : list-of-numbers -> list-of-numbers
(define (quick-sort alon)
  (cond
    [(empty? alon) empty]
    [else
     (append
       (quick-sort (smaller-items (rest alon) (first alon)))
       (list (first alon))
       (quick-sort (larger-items (rest alon) (first alon))))]))
```

課題２．住所録構造体のクイックソート

- 次ページ以降にある「住所録構造体のクイックソート」についての問題
  - (quick-sort book) の実行結果を報告しなさい

住所録構造体のクイックソート (1/2)

```
(define-struct address-record
          (name age address))
(define book (list
          (make-address-record "Mike" 10 "Fukuoka")
          (make-address-record "Bill" 20 "Saga")
          (make-address-record "Ken" 30 "Nagasaki")))
(define (larger-items a-list threshold)
   (cond
      [(empty? a-list) empty]
      [else
         (cond
            [(string>=? (address-record-name (first a-list)) threshold)
                  (cons (first a-list)
                              (larger-items (rest a-list) threshold))]
            [else (larger-items (rest a-list) threshold)])]))
```

住所録構造体のクイックソート (2/2)

```
(define (smaller-items a-list threshold)
  (cond
    [(empty? a-list) empty]
    [else
      (cond
        [(string<? (address-record-name (first a-list)) threshold)
          (cons (first a-list)
                (smaller-items (rest a-list) threshold))]
        [else (smaller-items (rest a-list) threshold)])]))
(define (quick-sort a-list)
  (cond
    [(empty? a-list) empty]
    [else
     (append
      (quick-sort (smaller-items (rest a-list)
                                 (address-record-name (first a-list))))
      (list (first a-list))
      (quick-sort (larger-items (rest a-list)
                                (address-record-name (first a-list)))))]))
```

課題３

- リストからの検索プログラムの作成.
  1. ある数 n が，数のリスト a-list に存在するかどうかを検索する関数 search を作成し，実行結果を報告しなさい
     - 存在するときに限り true を返す
  2. ある数 n が，数のソート済みのリスト a-list に存在するかどうかを検索するプログラム search-sorted を作れ
     - 存在するときに限り true を返す
     - search-sorted はリストがソート済みという事実を利用しなくてはならない